Курс лекций
с методическими рекомендациями
по решению практических задач

ЧАСТЬ II «Сопротивление материалов»

Сопротивление материалов.

ТЕМА I. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ.

1.1. Основной задачей сопрамата является: расчет размеров поперечного сечения элементов удовлетворяющих условиям прочности жёсткости и устойчивости при наименьших затратах материала.

Прочность – способность элементов сооружений машин и механизмов работать под действием внешних нагрузок не разрушаясь.

Жёсткость – деформации, возникающие в элементах сооружений машин и механизмов под действием внешних нагрузок должны быть в пределах допустимых.

Устойчивость – способность элементов под действием внешних нагрузок сохранять первоначальную форму равновесия.

1.2. **Основные допущения и гипотезы** о свойствах материалов и характер деформаций.

1.3. Классификация внешних сил.

1.4. Расчётная схема сооружений, опорные связи.

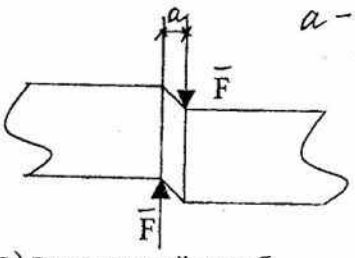
Примечание: вопросы 1.2., 1.3., 1.4. – разработать самостоятельно по учебнику Л.П. Портаев, А.А.Портаев "Техническая механика" , 1987, §§ 14.2, 14.3, 14.4, 14.5.

1.5. Основные виды деформаций.

Под действием внешних сил в элементах строительных сооружений, машин и механизмов возникают различные виды деформаций.

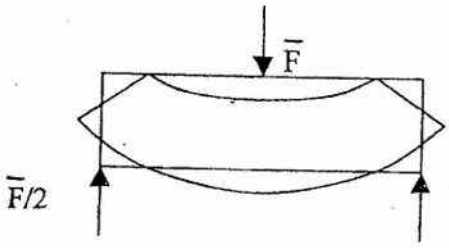
а) осевое растяжение-сжатие.

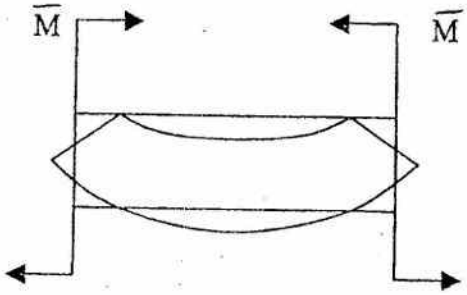
б) сдвиг



а – расстояние между силами очень мало.

в) поперечный изгиб.





чистый изгиб

г) кручение

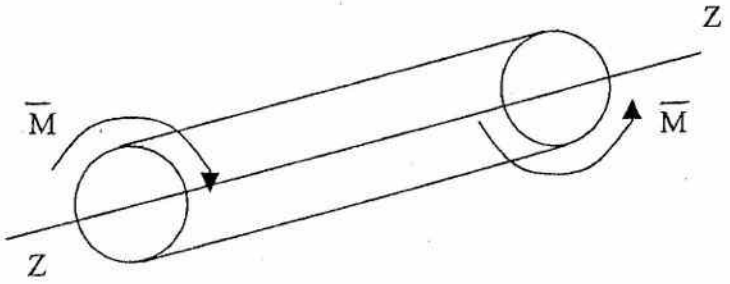


Рис. 1.

1.6. Метод сечений.

Под действием внешних нагрузок в каждом поперечном сечении деформированного элемента возникают внутренние силы, величина которых определяется методом сечений.

1. Элемент мысленно разрезается плоскостью на две части, одна из которых отбрасывается.
2. К оставшейся части прикладываются все внешние силы, действующие только на эту часть.
3. В сечении оставшейся части прикладываются внутренние силы, заменяющие действие отброшенной части.
4. Из условия равновесия оставшейся части определяется величина внутренних усилий: N – продольная сила

$\left.\begin{matrix} Q_x \\ Q_y \end{matrix}\right\}$ поперечная сила

$\left.\begin{matrix} M_x \\ M_y \end{matrix}\right\}$ изгибающие моменты

$M_{кр}$ – крутящий момент

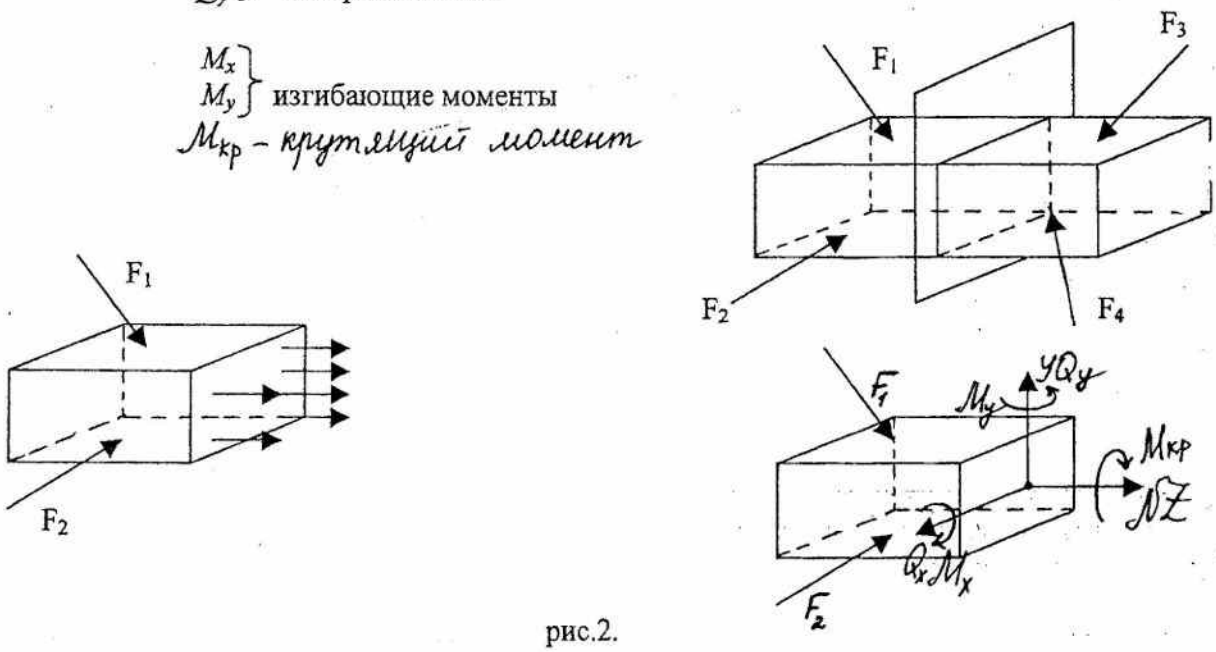


рис.2.

$\sum F_x=0$ $\sum M_x=0$
$\sum F_y=0$ $\sum M_y=0$ $\Big\}$ условия равновесия статики
$\sum F_z=0$ $\sum M_z=0$

1.7. Напряжение.

Внутренние силы, возникающие в деформированных элементах, распределены по сечению тела непрерывно. Их значение и направление в отдельных точках сечения различно. Для определения интенсивности внутренних сил в определенных точках данного сечения введено понятие *о напряжениях.*

Напряжение – есть отношение внутренней силы, действующей на данное сечение к площади этого сечения.

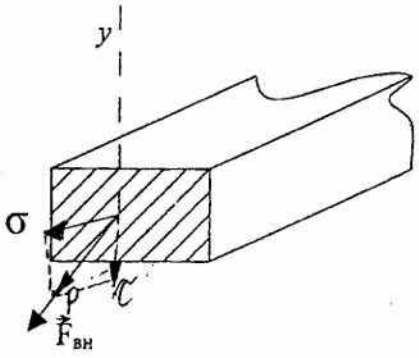


рис.3

$$P = F_{вн}/A$$

где: P – полное напряжение в рассматриваемом сечении.

$F_{вн}$ - сумма внутренних сил, возникающих в рассматриваемом сечении.

Паскаль (Па) =
Мегапаскаль (МПа) $=10^6$Па

Вектор нормального напряжения P разложили на две составляющие (рис. 3), направленные по нормали к сечению (ось Z) и по касательной к сечению (ось Y), получим вектор **σ** – нормальное напряжение, вектор **τ** – касательное напряжение.

ТЕМА 2. РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ.

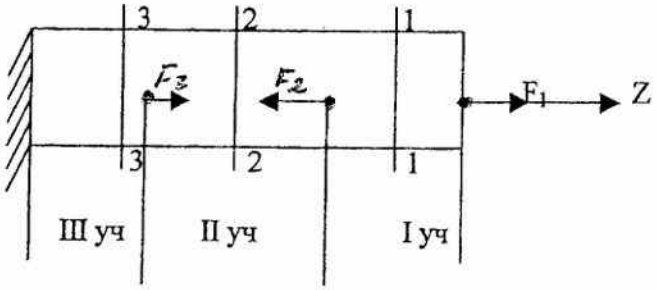
2.1. При растяжении (сжатии) в каждом поперечном сечении прямого бруса возникает только один внутренний силовой фактор – *продольная сила N.*

Прямые брусья, работающие на растяжение и сжатие, часто называют *стержнями.*

Величина продольной силы в произвольном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на продольную ось Oz всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Продольная сила *N* – положительна (+), если рассматриваемый участок растянут, отрицательна (-), если участок сжат.

ПРИМЕР:



Сечение I- I
$N_1=F_1$
Сечение 2-2
$N_2=F_1-F_2$
Сечение 3-3
$N_3=F_1-F_2+F_3$

При деформации растяжения (сжатия) в каждом поперечном сечении стержня возникают только нормальные напряжения **σ**.

$$\boxed{\sigma = \frac{N}{A}} \quad Па$$

где: N – продольная сила в сечении (Н)
A – площадь поперечного сечения (м^2)

2.2. Эпюры продольных сил N и нормальных напряжений σ.

Эпюра – графическое изображение величины продольной силы и нормальных напряжений.

Алгоритм построения эпюр.

1. Вычертить расчетную схему.
2. Стержень разбить на участки (между внешними силами и там где стержень меняет величину поперечного сечения).
3. В сечении каждого участка определить величину продольной силы и нормального напряжения.
4. Построить эпюры N и σ (положительные значения N и σ откладываются выше оси, отрицательные ниже оси).
5. Определить опасный участок:
   - опасным участком является тот, где возникают самые большие нормальные напряжения σ_{max}.

ПРИМЕР:

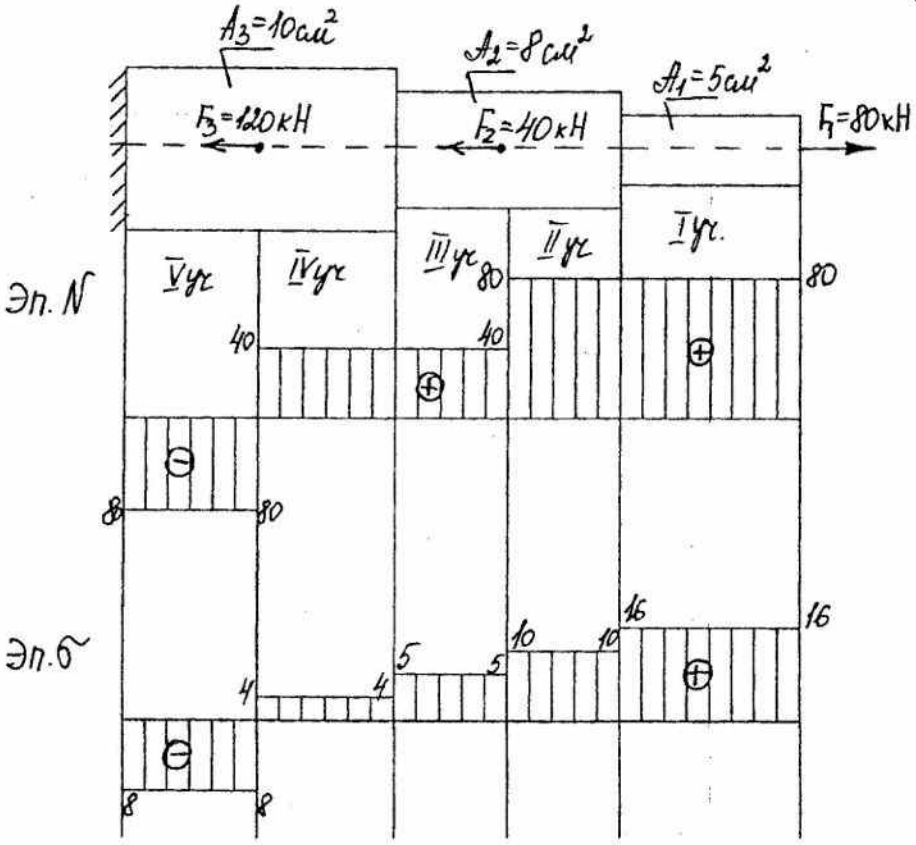


рис. 5.

Эпюра N:

$N_1 = F_1 = 80$ кН

$N_2 = F_1 = 80$ кН

$N_3 = F_1 - F_2 = 80 - 40 = 40$ кН

$N_4 = F_1 - F_2 = 40$ кН

$N_5 = F_1 - F_2 - F_3 = 80 - 40 - 120 = -80$ кН

Эпюра σ:

$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{80}{5} = 16 \frac{кН}{см^2}$

$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{80}{8} = 10 \frac{кН}{см^2}$

$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = +\frac{40}{8} = +5 \frac{кН}{см^2}$

$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_3} = +\frac{40}{10} = +4 \frac{кН}{см^2}$

$\sigma_5 = \frac{N_5}{A_3} = -\frac{80}{10} = -8 \frac{кН}{см^2}$

$\sigma_{max} = \sigma_I = 16 \frac{кН}{см^2} = 160$ МПа

ОПАСНЫЙ УЧАСТОК : I

2.3. Продольная деформация при растяжении (сжатии). Закон Гука.

Удлинение бруса $\boxed{\Delta l = l_1 - l}$ м,

где: l – длина участка до растяжения

l_1 – длина растянутого участка.

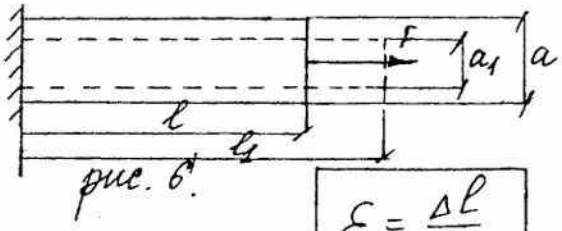


рис. 6.

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}}$$

относительное удлинение или продольная деформация.

Для большинства конструктивных материалов установлено, что нормальные напряжения σ прямопропорциональны продольной деформации

$$\boxed{\sigma = E \cdot \varepsilon} \text{ Па}$$ закон Гука.

E – модуль продольной упругости (модуль упругости I – рода) – характеризует жесткость материала, т.е. способность сопротивляться упругому деформированию, величина табличная.

Из закона Гука: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ (Па)

Для определения удлинения (укорочения) стержня Δl используется формула, полученная из закона Гука: $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

имеем $\frac{N}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$ следовательно: $\boxed{\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}}$ м

Удлинение (укорочение) стержня прямопропорционально величине продольной силы N, длине стержня l и обратно пропорционально жесткости EA.

2.4. Поперечная деформация при сжатии и растяжении.

При растяжении и сжатии изменяются и поперечные размеры стержня (см. рис. 6)

Изменение поперечных размеров Δa:

$$\Delta a = a - a_1$$

где: a – поперечные размеры до деформации.

a_1 – после деформации.

Поперечная деформация – $\varepsilon_\perp$

$$\varepsilon_\perp = \frac{\Delta a}{a}$$

Опытным путем установлено, что отношение поперечной деформации $\varepsilon_\perp$ к продольной деформации ε для данного материала величина постоянная, называется коэффициентом поперечной деформации или коэффициентом Пуассона – μ.

$$\mu = |\varepsilon_\perp / \varepsilon|$$

ПРИМЕР: определить абсолютное удлинение стержня Δl

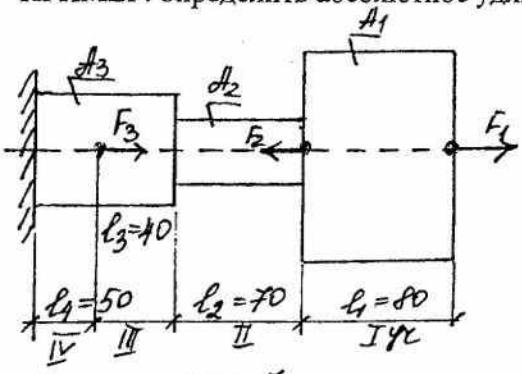


рис.7.

Дано:

$F_1 = 70$ kH

$F_2 = 130$ kH

$F_3 = 90$ kH

$A_1 = 20$ см^2

$A_2 = 10$ см^2

$A_3 = 15$ см^2

$E = 2 \cdot 10^5$ Мпа $= 2 \cdot 10^4$ кН/см^2

РЕШЕНИЕ:

$\Delta l_{общ}=\Delta l_1+\Delta l_2+\Delta l_3+\Delta l_4$

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$$

$$\Delta l_{общ}=\frac{N_1 l_1}{E A_1} + \frac{N_2 l_2}{E A_2} + \frac{N_3 l_3}{E A_3} + \frac{N_4 l_4}{E A_4}$$

1) Определить величину продольной силы на каждом участке стержня:

$N_1=F_1=70\ kH$ $\qquad$ $N_3= N_2=-60\ kH$

$N_2=F_1 - F_2=-60\ kH$ $\qquad$ $N_4= F_1 - F_2+F_3=70 - 130 + 90=30\ kH$

2) Найденные значения продольных сил подставить в формулу $\Delta l_{общ}$ и определить величину удлинения.

$$\Delta l_{общ}=\frac{70 \cdot 80}{E \cdot 20} + \frac{(-60) \cdot 70}{E \cdot 10} + \frac{(-60) \cdot 40}{E \cdot 15} + \frac{30 \cdot 50}{E \cdot 15} =$$

$$= \frac{1}{E}(280 - 420 - 160 + 100) = -\frac{200}{2 \cdot 10^4} = -\frac{\cancel{2} \cdot 10^{\cancel{2}} 1}{\cancel{2} \cdot 10^{\cancel{2}} 2} = -\frac{1}{10^2} = -0{,}01\ см$$

$\Delta l_{общ}= - 0{,}01\ см$ - укорочение, следовательно стержень сжат.

2.5. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.

I. Метод допускаемых напряжений.

Прочность стержня при осевом растяжении и сжатии обеспечивается при условии:

$$\boxed{\sigma_{max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma]}$$

где: $\sigma_{мах}$ – максимальное нормальное напряжение в поперечном сечении стержня (опред. по эпюре σ).

$[\sigma]$ – допускаемое напряжение материала стержня.

Допускаемые напряжения – часть опасных напряжений.

Для хрупких материалов.

$$[\sigma_p] = \sigma_{в\,рас}/[n_1]\ ; \qquad \sigma_c = \sigma_{всж}/[n_2]$$

где: $[\sigma_p]$ – допускаемое напряжение на растяжение.

$[\sigma_c]$ – допускаемое напряжение на сжатие.

$\sigma_{врас}$; $\sigma_{всж}$ - пределы прочности на растяжение и сжатие.

$[n_1]$; $[n_2]$ - нормативные коэффициенты запаса прочности.

Для пластичных материалов допускаемые напряжения на растяжение и сжатие принимаются одинаковыми.

$$[\sigma] = \sigma_т/[n_3]$$

где: $\sigma_т$ – предел текучести.

$[n_3]$ – коэффициент запаса прочности.

II. Метод предельных состояний.

$$\boxed{\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} \le R_y j_c j_k}$$

где: $N_{мах}$ – максимальная продольная сила (из эпюры N).

A – площадь поперечного сечения материала.

R_y – расчетное сопротивление материала.

j_c – коэффициент условий работы.

j_k – коэффициент надежности.

2.6. Определение требуемых размеров поперечного сечения A см^2

I. Проверка прочности.

Определить:

1. Величину продольной силы N на каждом участке стержня.
2. Величину нормальных напряжений σ на каждом участке.
3. Определить $\sigma_{мах}$.
4. Сравнить: $\sigma_{мах} \le [\sigma]$ или $\sigma_{мах} \le R_y j_c j_k$

$\sigma_{мах}$ не должна отличаться от $[\sigma]$ или $R_y j_c j_k$ более чем на 3 – 5%.

II. Определение требуемых размеров поперечного сечения (A, см^2).

Из условия прочности

$$\sigma = \frac{N_{max}}{A} \le R j_c j_k$$

$$\boxed{A \ge \frac{N_{max}}{R j_c j_k}} \quad м^2;\ см^2.$$

или при заданном допускаемом напряжении $[\sigma]$

$$\boxed{A \ge \frac{N_{max}}{[\sigma]}} \quad м^2;\ см^2.$$

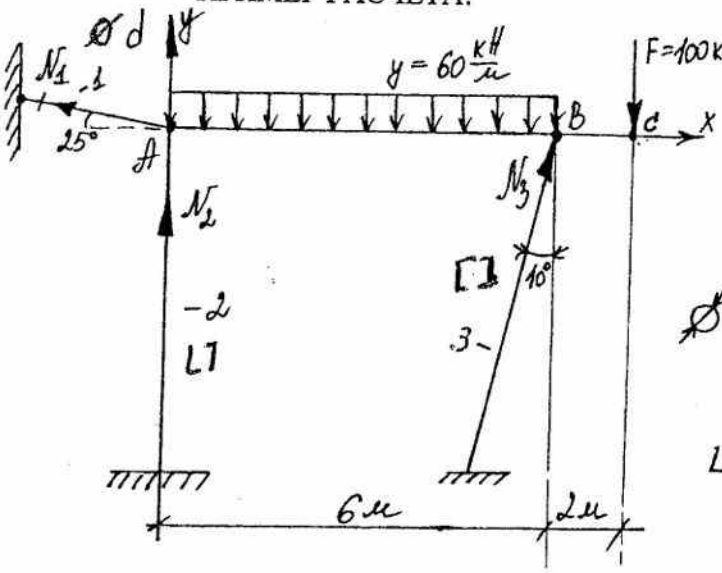
III. Определение расчетной нагрузки.

Из условия прочности определить максимальную продольную силу.

$\boxed{N_{max} \le A R_y j_c j_k}$

или $\boxed{N_{max} \le A[\sigma]}$

ПРИМЕР РАСЧЕТА:



Подобрать сечение стержней, поддерживающих брус АВ.

Стержень I.
R=270 МПа=27 кН/см^2
d=?

Стержень 2.
R_a=210 МПа=21 кН/см^2
N^0=?

Стержень 3.
$R_a^т$=210 МПа=21 кН/см^2
N=?

РЕШЕНИЕ:

1. Мысленно заменить стержни 1, 2, 3 реакциями связей или усилиями N_1, N_2, N_3 (направление усилий произвольно).
2. Составить уравнение равновесия в таком порядке, чтобы каждое из них содержало по одному неизвестному.

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} \cos 10^\circ &= 0{,}965 \\ \cos 25^\circ &= 0{,}906 \\ \cos 80^\circ &= 0{,}174 \\ \cos 65^\circ &= 0{,}42 \end{aligned}$$

$$\sum M_A = (q \cdot 6) \cdot 3 + F \cdot 8 - (N_3 \cdot \cos 10^\circ) \cdot 6 = 0$$

$$\sum F_x = N_3 \cos 80^\circ - N_1 \cdot \cos 25^\circ = 0$$

$$\sum F_y = N_1 \cos 65^\circ + N_2 - q \cdot 6 + N_3 \cos 10^\circ - F = 0$$

3. Решить уравнения относительно N_1; N_2; N_3

$$\sum M_A = 60 \cdot 6 \cdot 3 = 100 \cdot 8 - N_3 \cdot 0{,}965 \cdot 6 = 0$$

$$N_3 = \frac{60 \cdot 6 \cdot 3 + 100 \cdot 8}{6 \cdot 0{,}965} = \frac{1880}{5{,}91} = 318{,}1 \text{ кН}$$

$$\sum F_x = 318{,}1 \cdot 0{,}174 - N_1 \cdot 0{,}906 = 0$$

$$N_1 = \frac{318{,}1 \cdot 0{,}174}{0{,}906} = 61{,}09 \text{ кН} \approx 61{,}1 \text{ кН}$$

$$\sum F_y = 61{,}09 \cdot 0{,}42 + N_2 - 60 \cdot 6 + 318{,}1 \cdot 0{,}965 - 100 = 0$$

$$N_2 = -25{,}66 + 360 - 313{,}32 + 100 \approx 121 \text{ кН}$$

ПРОВЕРКА:

$$\sum M_C = N_3 \cos 10^\circ \cdot 2 - (q \cdot 6) \cdot 5 + N_2 \cdot 8 + (N_1 \cos 65^\circ) 8 =$$

$$= 318{,}1 \cdot 0{,}965 \cdot 2 - 1800 + 121 \cdot 8 + 61{,}1 \cdot 0{,}42 \cdot 8 =$$

$$= 642{,}7 - 1800 + 968 + 205{,}3 = 1800 - 1800 = 0$$

4. Определить требуемые площади поперечных сечений из условия прочности:

$$A \geq \frac{N}{R_a}$$

а) Первый стержень: $A_1 \geq \frac{N_1}{R_a} = \frac{61,1}{27} = 2,26\ см^2$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 2,26\ см^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 2,26}{3,14}} = 1,70\ см$$

б) Второй стержень: $A_2^{L7} = \frac{N_2}{R_a} = \frac{121}{21} = 5,76\ см^2$

$$A_2^{L} = \frac{5,76}{2} = 2,88\ см^2$$

По таблицам сопромента подбираем равнополагающие уголки №5 $(d = 3\ мм)$

$$A = 2,96\ см^2$$

в) Третий стержень: $A_3^{[]} = \frac{N_3}{R_a^1} = \frac{318,1}{21} = 15,1\ см^2$

$$A^{[} = \frac{15,1}{2} = 7,57\ см^2$$

По таблицам выбираем швеллер №6, 5

$$A = 7,51\ см^2$$

2.7. Статически неопределимые системы.

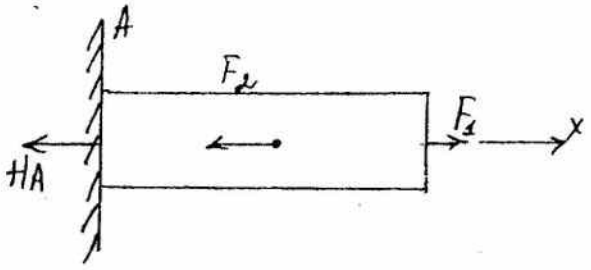
Строительные конструкции по способу расчета делятся на две группы: а) статически определимые, б) статически неопределимые.

Статически определимые - системы, для расчета которых достаточно только уравнений равновесия статики.

Статически неопределимые – системы для расчета статики. кроме уравнеий равновесия статики необходимо использовать уравнения деформаций.

НАПРИМЕР:

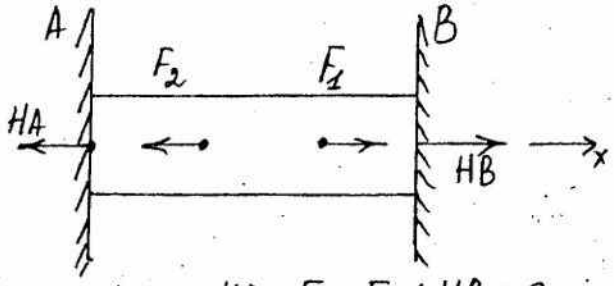
а)



$$\Sigma F_x = -HA - F_2 + F_1 = 0$$

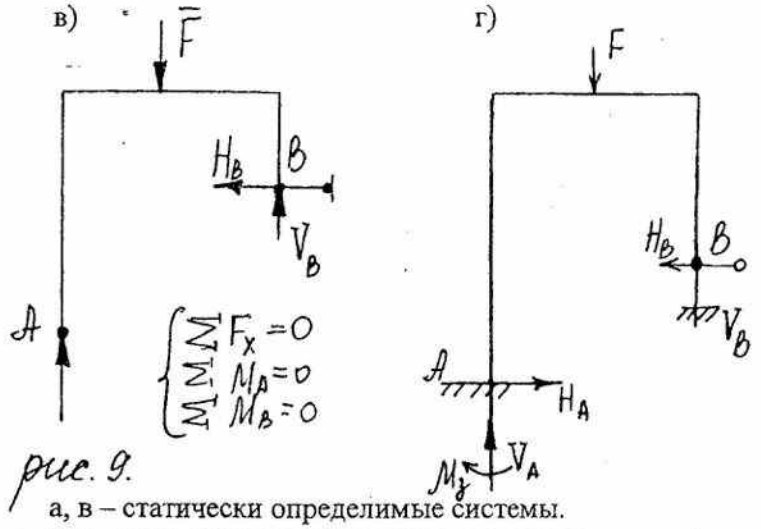
$$HA = F_1 - F_2$$

б)



$$\Sigma F_x = -HA + F_1 - F_2 + HB = 0$$

$$HB - HA = F_2 - F_1$$



Неизвестные реакции

V_A; H_A; M_y; V_B; H_B

Определить при помощи уравнений равновесия можно только три неизвестных опорных реакций.

рис. 9.

а, в – статически определимые системы.

б, г – статически неопределимые системы.

ПРИМЕР РАСЧЁТА:

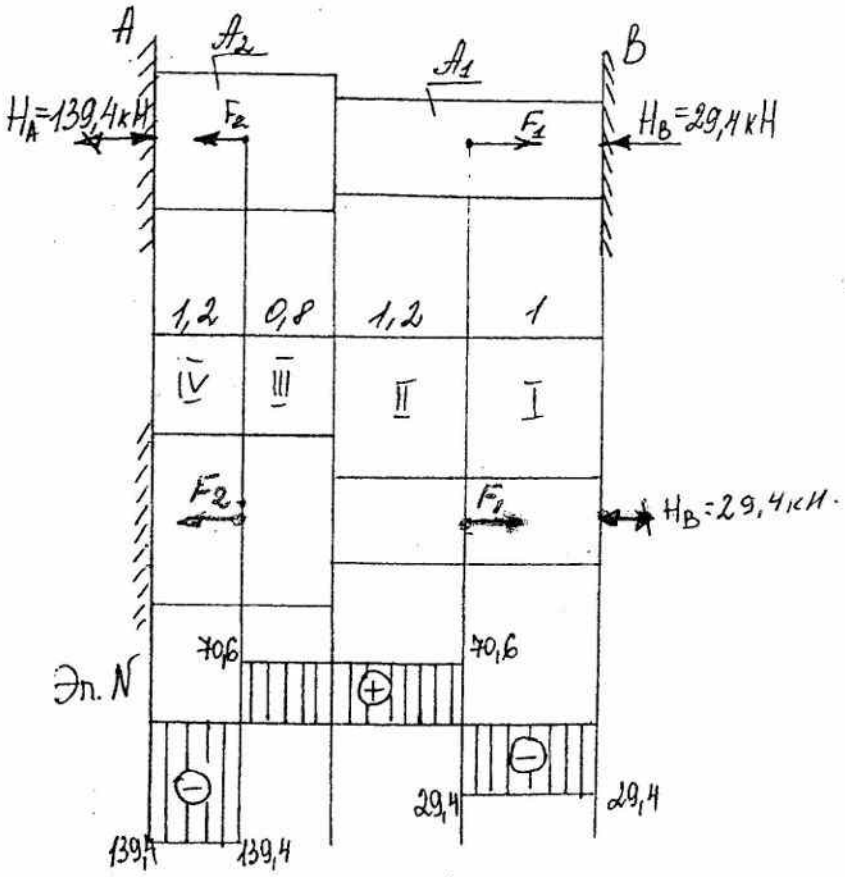


рис. 10.

Построить эпюру N для стержня АВ.

Дано: F_1=100 kH

F_2 =210 kH

A_2=2A_1

РЕШЕНИЕ.

1) отбросить одну из заделок, заменив её реакцией H_B
2) Для полученной системы составить уравнение перемещений

$\Delta l_{общ}=0$

$\Delta l_{общ}=\Delta l_1+\Delta l_2+\Delta l_3+\Delta l_4=0$

$$\Delta l = \frac{N l}{E A}$$

$$\Delta l_{общ} = \frac{N_1 l_1}{E A_1} + \frac{N_2 l_2}{E A_1} + \frac{N_3 l_3}{E A_2} + \frac{N_4 l_4}{E A_4} = 0, \text{ т.к.}$$

$N_1 = H_B$; $N_2 = H_B + F_1$; $N_3 = H_B + F_1$; $N_4 = H_B + F_1 - F_2$

$A_2 = 2A$

имеем: $\Delta l_{общ} = \frac{H_B \cdot 1 \cdot 10^2 см}{E A_1} + \frac{(H_B + F_1) \cdot 1{,}2 \cdot 10^2 см}{E A_1} +$

$$+\frac{(H_B+F_1)\cdot 0{,}8\cdot 10^2\,см}{E\cdot 2\cdot A_1}+\frac{(H_B+F_1-F_2)\cdot 1{,}2\cdot 10^2\,см}{E\cdot 2\cdot A_1}=0$$

3) Решить уравнение относительно неизвестной реакции H_B

$$\Delta l_{общ}=\frac{10^2}{EA_1}\left(H_B+(H_B+F_1)\cdot 1{,}2+\frac{(H_B+F_1)\cdot 0{,}8}{2}+\right.$$

$$\left.+\frac{(H_B+F_1-F_2)\cdot 0{,}2}{2}\right)=0$$

Дополнив обе части уравнения на $\frac{EA_1}{10^2}$ и раскрыв скобки получим:

$$\underline{H_B}+\underline{1{,}2H_B}+120+\underline{0{,}4H_B}+40+\underline{0{,}6H_B}+60-126=0$$

$$3{,}2H_B+94=0;\quad H_B=-\frac{94}{3{,}2}=-29{,}4\ кН$$

4) Определить реакцию H_A

$$\sum F_x=-H_A-F_2+F_1-H_B=0$$

$$H_A=-F_2+F_1-H_B=-210+100-29{,}4=-139{,}4\ кН$$

5) Определить продольную силу N и построить эпюру N

$$N_1=-H_B=-29{,}4\ кН$$

$$N_2=-H_B+F_1=-29{,}4+100=70{,}6\ кН$$

$$N_3=N_2=70{,}6\ кН$$

$$N_4=-H_B+F_1-F_2=-29{,}4+100-210=-139{,}4\ кН$$

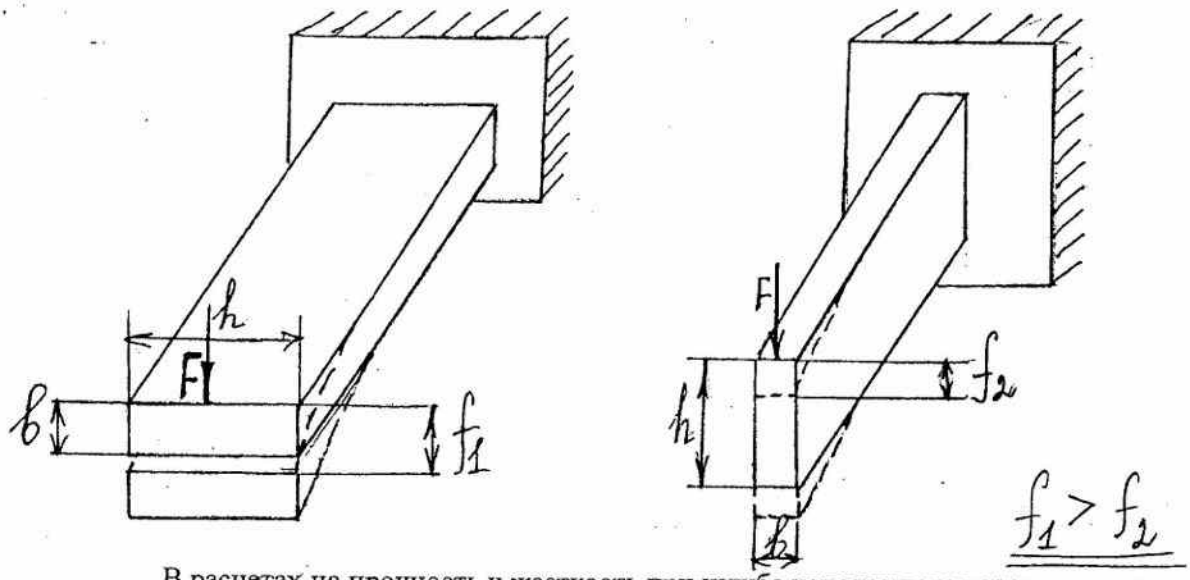
ТЕМА 3. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ.

3.1. Общие сведения

При растяжении и сжатии от площади поперечного сечения бруса зависят его прочность и жесткость, следовательно: площадь поперечного сечения является геометрической характеристикой прочности и жесткости бруса.

При деформации изгиба бруса площадь сечения не может служить характеристикой его жесткости и прочности.

ПРИМЕР:



В расчетах на прочность и жесткость при изгибе используются специальные геометрические характеристики плоских сечений.

2.3.2. Осевой момент инерции. Полярный момент инерции.

Осевым моментом инерции плоского сечения относительно данной оси называется взятая по всей площади сечения сумма произведений элементарных площадок dA на квадрат расстояния от их центра тяжести до этой оси (рис. 12.).

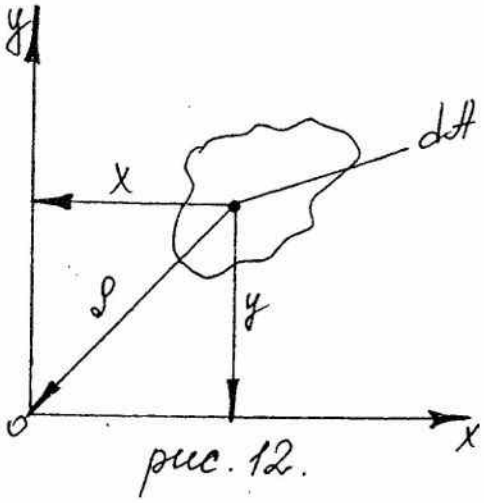


рис. 12.

$$\boxed{\begin{aligned} J_x &= \int_A y^2 dA \\ J_y &= \int_A x^2 dA \end{aligned}} \quad м^4$$

Осевой момент инерции величина всегда положительная.

Полярный момент инерции и сечения – есть сумма произведения элементарных площадок dA на квадрат расстояния от их центра тяжести до полюса (точка пересечения координатных осей рис.12).

$$\boxed{J_p = \int_A \rho^2 dA} \quad м^4$$

Связь между полярным и осевым моментами инерции

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

$$J_p = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = J_y + J_x$$

Итак: $\boxed{J_p = J_y + J_x}$

Полярный момент сечения равен сумме осевых моментов инерции сечения относительно двух взаимноперпендикулярных осей.

3.3. Главные центральные оси и главные центральные моменты инерции и сечений.

Наибольший интерес представляют осевые моменты инерции относительно главных центральных осей сечения.

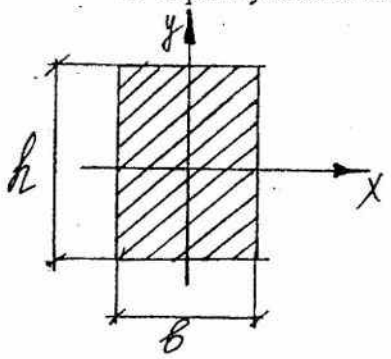
Главные центральные оси – оси, проходящие через центр тяжести сечения.

В дальнейшем для краткости будем их называть центральными осями.

Осевые моменты инерции, взятые относительно центральных осей называются центральными осевыми моментами инерции сечения.

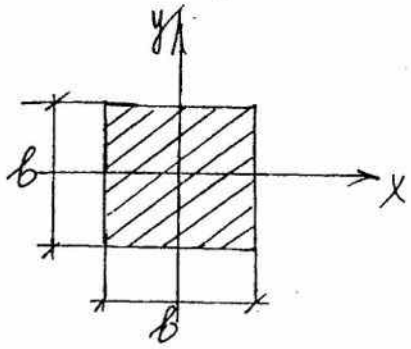
3.4. Центральные моменты инерции простейших сечений.

1. Прямоугольное сечение.



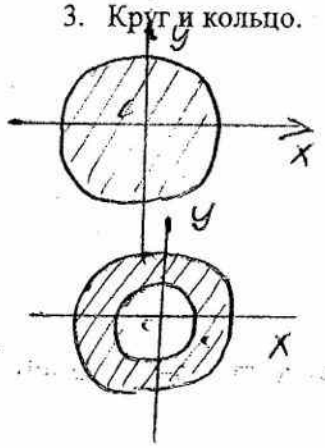
$$\boxed{J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad J_y = \frac{hb^3}{12}} \quad м^4$$

2. Квадратное сечение.



$$\boxed{J_x = J_y = \frac{b^4}{12}} \quad м^4$$

3. Круг и кольцо.



$$\boxed{J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0{,}05 d^4}$$

$$\boxed{J_x = J_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} = 0{,}05(D^4 - d^4)}$$

Полярный момент круга:

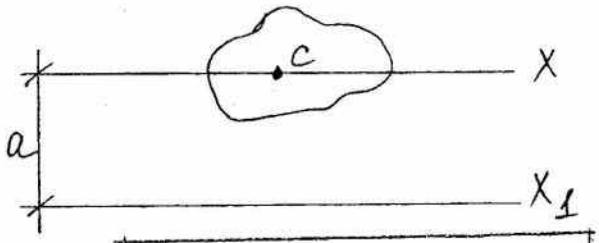
$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0{,}1 d^4 \ , \ м^4$$

Кольца:

$$J_p = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32} \approx 0{,}1 (D^4 - d^4) \ , \ м^4$$

Моменты инерции двутавров, швеллеров, уголков определяются по таблицам

3.4. Зависимость между моментами инерции относительно параллельных осей.



X – центральная ось , $X \parallel X_1$

a – расстояние между осями X и X_1

$$\boxed{J_{x_1} = J_x + a^2 A \ , \ м^4}$$

где J_{x_1} - осевой момент инерции относительно оси параллельной центральной.
J_x - центральный осевой момент инерции данного сечения.

3.5. Вычисление моментов инерции составных сечений.

1. Вычертить расчетную схему.
2. Разбить сечение на простейшие части, моменты инерции которых определяют по готовым формулам или таблицам.
3. Определить положение центра тяжести сечения (С).
4. Провести главные центральные оси X_c и Y_c
5. Определить центральные моменты инерции каждой из частей составляющих сечение по формулам или таблицам J^i_{xi} и J^i_{yi}
6. Определить моменты инерций каждой составляющей сечение части относительно осей, проходящих через центр тяжести всего сечения: J^i_{xc} и J^i_{yc}
7. Определить главные центральные моменты инерции всего сечения, суммируя моменты инерции составляющих частей:

$$J_{xc} = \sum J^i_{xc} \ ; \ J_{yc} = \sum J^i_{yc}$$

ПРИМЕР: Определить главные осевые моменты инерции сечения:

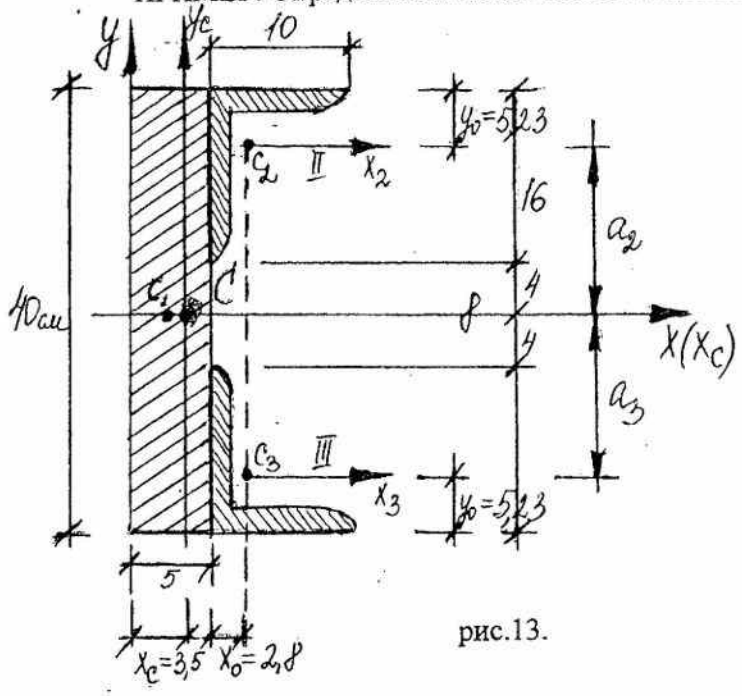


рис.13.

$J_{x_c}=?$ $J_{y_c}=?$

(размеры в см)

$L\,№=16/10$ ($d=10$ мм)

1) Определить центр тяжести сечения.

$L\,№=16/10$ ($d=10$ мм)

$B=160$ мм $=16$ см

$b=100$ мм $=10$ см

$A_T=25,3$ см^2; $x_0=2,28$ см

$J_x=667$ см^4; $y_0=5,23$ см

$J_y^T=204$ см^4

Таблица 1.

№ п/п	A_i, см^2	x_i, см	y_i, см	J_{x_i}, см^4	J_{y_i}, см^4
I	$5\cdot 40=200$	$\frac{5}{2}=2,5$	0	$\frac{5\cdot 40^3}{12}=26666$	$\frac{40\cdot 5^3}{12}=416,7$
II	25,3	$5+x_0=$ $=5+2,28=$ $=7,28$	$4+16-y_0=$ $=20-5,23=$ $=14,77$	667	204
III	25,3	$5+x_0=$ $=7,28$	$-(4+16-y_0)=$ $=-14,77$	667	204

$\Sigma A_i=250,6$ см^2

A_i - площадь отдельных сечений.

x_i; y_i - координаты центров тяжести сечений.

J_{x_i}; J_{y_i} - центральные осевые моменты инерции простых сечений.

$$x_c=\frac{A_1x_1+A_2x_2+A_3x_3}{A_1+A_2+A_3}=\frac{200\cdot 2,5+2\cdot 25,3\cdot 7,28}{200+2\cdot 25,3}=$$

$$=\frac{500+368,37}{250,6}=3,46\approx 3,5\text{ см}$$

$$y_c=\frac{A_1y_1+A_2y_2+A_3y_3}{A_1+A_2+A_3}=\frac{200\cdot 0+25,3\cdot 14,77-25,3\cdot 14,77}{250,6}=0$$

2) На рисунке 13 указать центр тяжести (С) и провести оси Y_C и X_C (оси X и X_C – совпадают).

3) Определить центральные осевые моменты инерции:

а) относительно оси X_C.

$$J_{x_C} = J_{x_C}^{I} + J_{x_C}^{II} + J_{x_C}^{III}$$

$$J_{x_C}^{I} = J_{x_1}^{I} + a_1^2 A_1 = 26666 \text{ см}^2$$

$$a_1 = 0$$

$$J_{x_C}^{II} = J_{x_2}^{II} + a_2^2 \cdot A_2 = 667 + 14{,}77^2 \cdot 25{,}3 = 667 + 5514 = 6186 \text{ см}^4$$

$$a_2 = 14{,}77 \quad \left((4 + 16 - y_0) = 20 - 5{,}23\right)$$

$$J_{x_C}^{III} = J_{x_C}^{III} = 6186 \text{ см}^4$$

$$J_{x_C} = 26666 + 2 \cdot 6186 = 39038 \text{ см}^4$$

б) относительно оси Y_C

$$J_{y_C} = J_{y_C}^{I} + J_{y_C}^{II} + J_{y_C}^{III}$$

$$J_{y_C}^{I} = J_{y_1}^{I} + a_{11}^2 A_1 = 416{,}7 + 1^2 \cdot 200 = 616{,}7 \text{ см}^4$$

$$a_{11} = X_C - X_1 = 3{,}5 - 2{,}5 = 1$$

$$J_{y_C}^{II} = J_{y_2}^{II} + a_{22}^2 \cdot A_2 = 204 + 3{,}78^2 \cdot 25{,}3 = 204 + 361 = 565 \text{ см}^4$$

$$a_{22} = X_2 - X_C = 7{,}28 - 3{,}5 = 3{,}78 \text{ см}$$

$$J_{y_C}^{III} = J_{y_C}^{II} = 564 \text{ см}^4$$

$$J_{y_C} = 616{,}7 + 2 \cdot 565 = 1746{,}7 \text{ см}^4$$

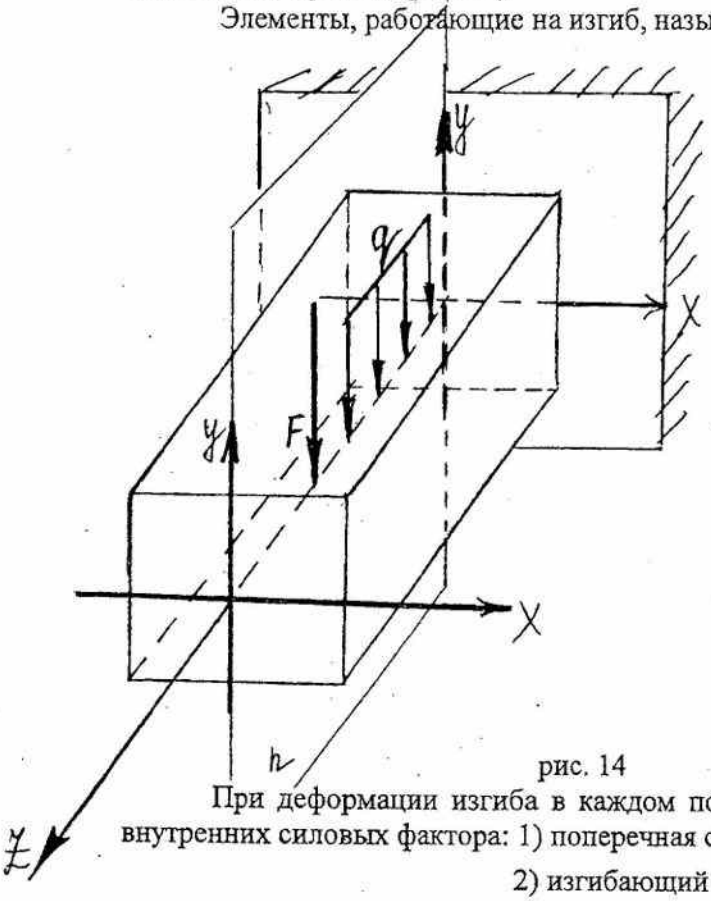
ОТВЕТ: $J_{x_C} = 39038 \text{ см}^4$; $J_{y_C} = 1746{,}7 \text{ см}^4$

ТЕМА 4. ИЗГИБ ПРЯМОГО БРУСА.

4.1. Основные понятия.

Прямой изгиб возникает в элементе под действием внешних нагрузок, действующих в плоскости, проходящей через продольную ось элемента и перпендикулярно ей (рис. 14).

Элементы, работающие на изгиб, называются балками.



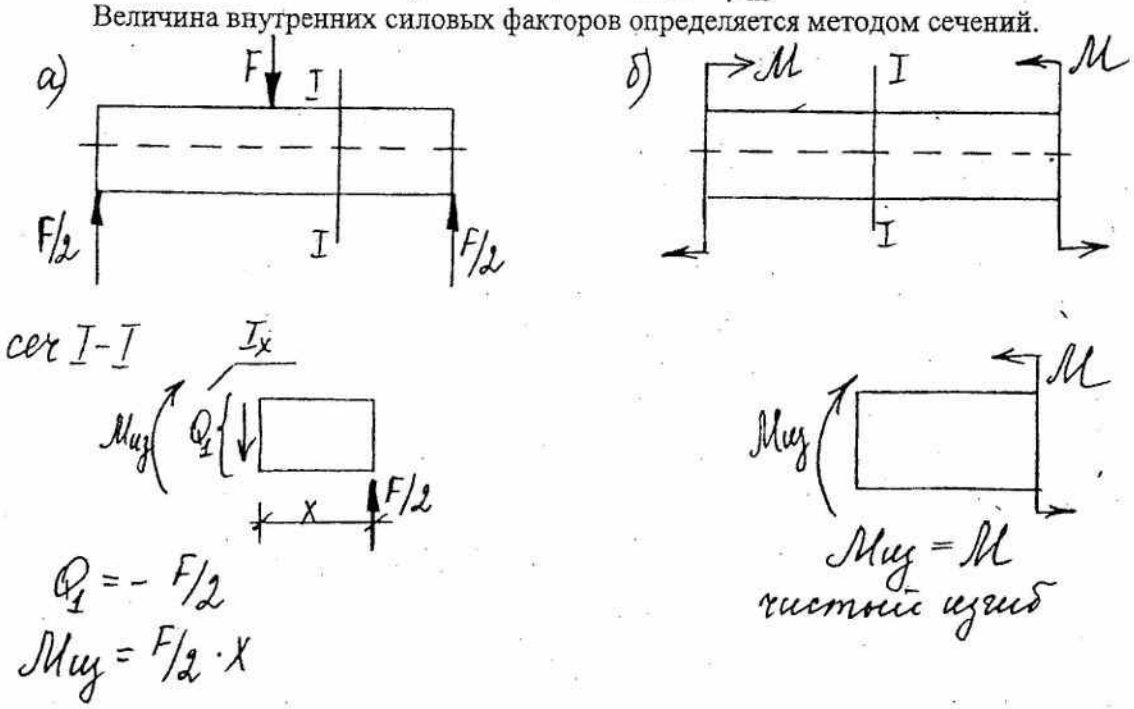
n – плоскость ⊥ оси Z
Z – продольная ось
μ, q, F – внешние нагрузки

рис. 14

При деформации изгиба в каждом поперечном сечении элемента возникают два внутренних силовых фактора: 1) поперечная сила Q

2) изгибающий момент – $\mu_{из}$

Величина внутренних силовых факторов определяется методом сечений.



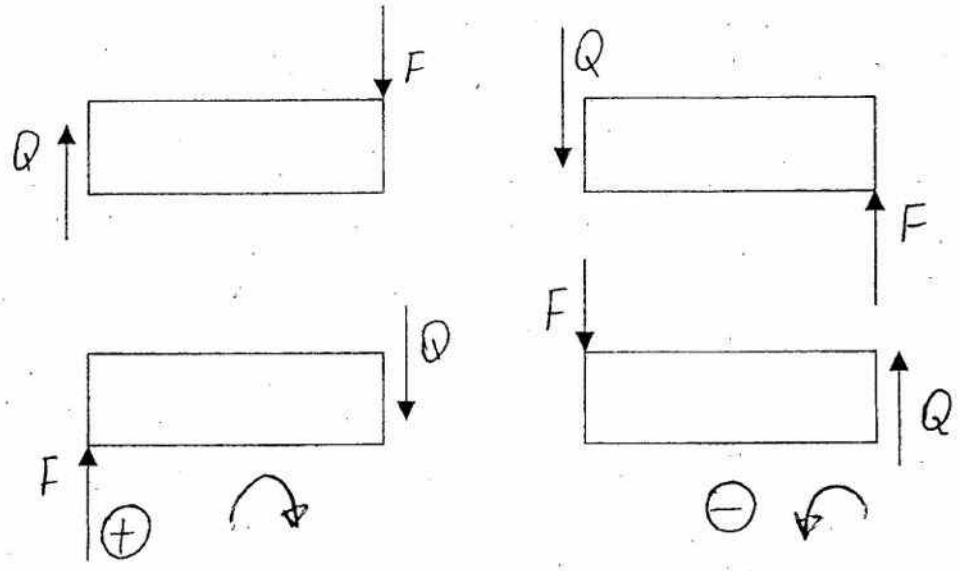
Чистый изгиб – в поперечном сечении возникает один силовой фактор – изгибающий момент $\mu_{из}$

4.2. Внутренние силовые факторы Q и $\mu_{из.}$ Поперечная сила Q.

Величина поперечной силы Q в рассматриваемом сечении равна алгебраической сумме проекций всех внешних нагрузок, действующих на рассматриваемом участке по одну сторону от данного сечения на ось перпендикулярную продольной оси Z.

Правило знаков.

Поперечная сила Q считается положительной, если внешняя нагрузка пытается повернуть рассматриваемый участок по ходу часовой стрелки, отрицательной – против хода часовой стрелки.

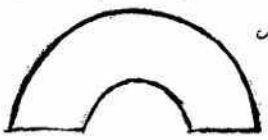


Изгибающий момент $M_{из}$

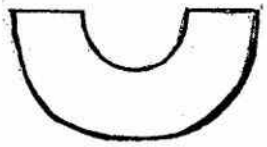
Величина изгибающего момента в рассматриваемом сечении равна алгебраической сумме моментов всех внешних сил, взятых по одну сторону от сечения, относительно этого сечения.

Правило знаков.

Изгибающий момент положительный, если участок балки изгибается выпуклостью вниз, т.е. растянутые волокна внизу; изгибающий момент отрицательный – если участок изогнут выпуклостью вверх, т.е. растянутые волокна вверху.

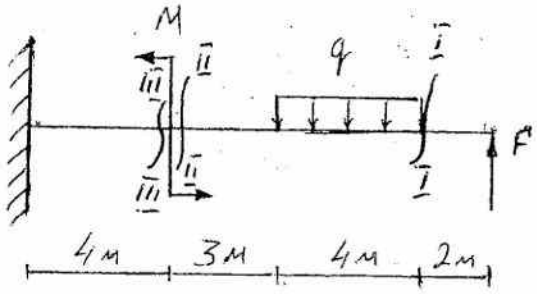


$M(-)$ — растянутые вверху



$M(+)$ — растянутые внизу

ПРИМЕР:



Сеч. I–I: $Q_1 = -F$

$M_1 = F \cdot 2$

Сеч. II–II: $Q_2 = -F + (q \cdot 4)$

$M_2 = F \cdot (2+4+3) - (q \cdot 4)(3 + \frac{4}{2}) = Fq - (q \cdot 4)$

Сеч. III–III: $Q_3 = -F + (q \cdot 4)$

$M_3 = F \cdot 9 - (q \cdot 4) \cdot 5 + M$

4.3. Определение внутренних усилий и построение эпюр Q и $\mu_{из}$.

1. определить опорные реакции в балке и сделать проверку.

Примечание: если балка имеет жесткую заделку опорные реакции можно не определять, но расчет производить только со стороны не защемленного конца.

2. Обозначить характерными точками. сечения в которых определяют силовые факторы Q и $\mu_{из}$ (точки берутся на расстояниях бесконечно близких к внешним нагрузкам).
3. В каждом сечении определить величину поперечной силы Q и построить эпюру Q.
4. В каждом сечении определить величину изгибающего момента $\mu_{из}$ и построить эпюру $\mu_{из}$.
5. Проверить правильность построения эпюр Q и M.

а) эпюра Q:

1. На участке, где приложена сосредоточенная нагрузка на эпюре – прямая параллельная оси X.
2. В точке, где приложена сосредоточенная нагрузка на эпюре – скачок на величину этой нагрузки.
3. На участке, где приложена распределенная нагрузка q - эпюра Q – наклонная к оси X.
4. Сосредоточенный момент M на эпюру Q не влияет.
5. При построении эпюры Q положительные значения откладываются выше нулевой оси, отрицательные – ниже.

б) эпюра $M_{из}$.

1. На участке, где приложена сосредоточенная нагрузка эпюра M – наклонная к оси X.
2. На участке, где приложена распределенная нагрузка на эпюре M – парабола.
3. На участке, где действует только сосредоточенный момент эпюра M – прямая параллельная оси X.
4. В точке приложения сосредоточенного момента на эпюре M – скачок на величину этого момента.

5. Если на эпюре Q под распределенной нагрузкой меняется знак на противоположный, на эпюре моментов возникает максимум или минимум для данного участка балки.
6. При построении эпюры M положительные значения откладываются ниже нулевой оси, отрицательные выше.

ПРИМЕР: Построить эпюры Q и M

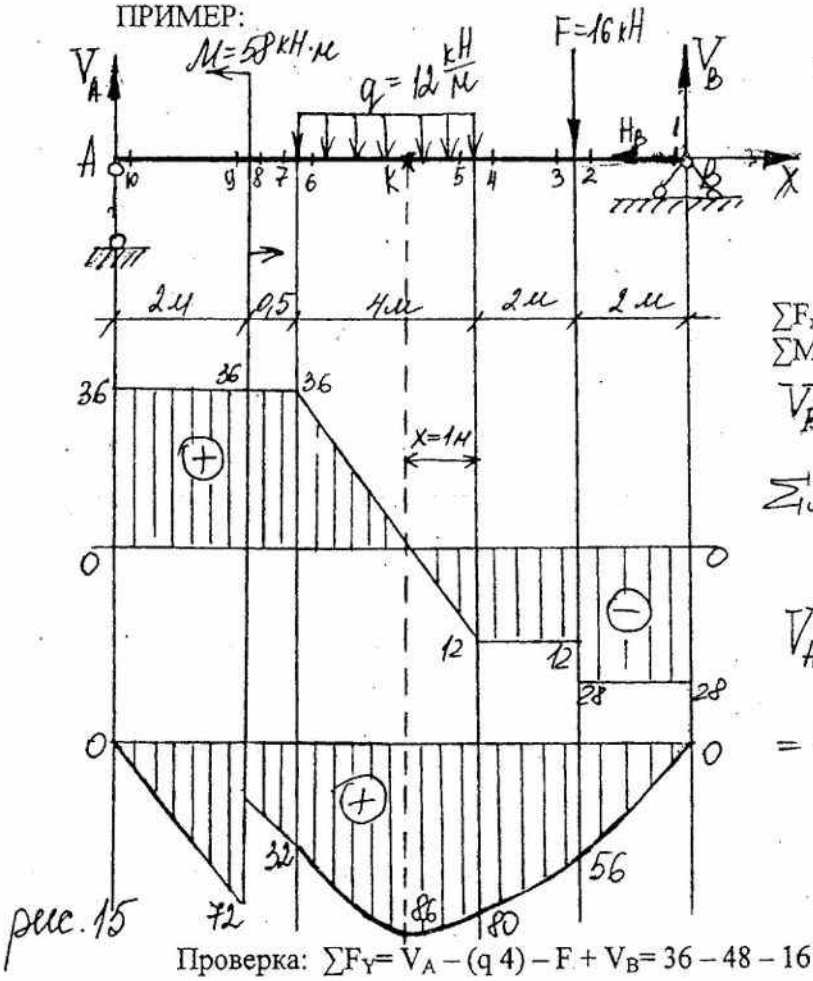


рис. 15

1)

$$\begin{cases} \sum F_x=0 \\ \sum M_A=0 \\ \sum M_B=0 \end{cases}$$

$\sum F_x = -H_B=0;\ H_B=0$

$\sum M_A = -M + (q\cdot 4)\cdot 4{,}5 + F\cdot 8{,}5 - V_B\cdot 10{,}5 = 0$

$$V_B = \frac{-58+216+136}{10{,}5} = 28\ кН$$

$$\sum M_B = V_A\cdot 10{,}5 - M - (q\cdot 4)\cdot 6 - F\cdot 2 = 0$$

$$V_A = \frac{58+12\cdot 4\cdot 6+16\cdot 2}{10{,}5} = \frac{58+288+32}{10{,}5} = \frac{378}{10{,}5} = 36\ кН$$

Проверка: $\sum F_Y = V_A - (q\ 4) - F + V_B = 36 - 48 - 16 + 28 = 0$

2) Эпюра Q

$Q_1 = -V_B = -28$ кН

$Q_2 = Q_1 = -28$ кН

$Q_3 = -V_B + F = -28+16 = -12$ кН

$Q_4 = Q_3 = - -12$ кН

$Q_5 = Q_4 = - -12$ кН

$Q_6^{лев} = V_A = 36$ кН; $Q_7 = Q_8 = Q_9 = Q_{10} = V_A = 36$ кН

Примечание: при построении эпюр Q и M балку на двух опорах можно рассматривать с двух сторон, при этом величины Q и M в рассматриваемых сечениях будут одинаковые.

НАПРИМЕР: $Q_6^{лев} = V_A = 36$ кН;

$Q_6^{прав} = -V_B + F + F + q\ 4 = -28+16+48 = 36$ кН

3) эпюра М :

$M_1 = 0 (V_B \cdot 0)$;

$M_2 = V_B \cdot 2 = 28 \cdot 2 = 56$ кН·м

$M_3 = M_2 = 56$ кН·м

$M_4 = V_B \cdot 4 - F \cdot 2 = 28 \cdot 4 - 16 \cdot 2 = 112 - 32 = 80$ кН·м

$M_5 = M_4 = 80$ кН·м; $(M_6^{лев} = M_7^{лев} = V_A \cdot 2{,}5 - M = 36 \cdot 2{,}5 - 58 = 90 - 58 = 32$ кН·м$)$

$(M_6^{прав} = V_B \cdot 8 - F_6 - q \cdot 4 \cdot 2 = 28 \cdot 8 - 16 \cdot 6 - 12 \cdot 4 \cdot 2 = 32$ кН·м$)$

$M_8^{лев} = V_A \cdot 2 - M = 36 \cdot 2 - 58 = 72 - 58 = 14$ кН·м; $M_9^{лев} = V_A \cdot 2 = 36 \cdot 2 = 72$ кН·м;

$M_{10} = 0 \ (V_A \cdot 0)$

На эпюре Q на участке между сечениями 5 – 6 меняется знак на противоположный, следовательно, на эпюре М возникает максимум или минимум.

Находим точку на балке, в которой необходимо определить момент (.) K_1, которая называется критической. Q_K=0 – по эпюре. Для этого определим поперечную силу в этой точке: $Q_K = - V_B + F + q\,x = 0$

$- 28 + 16 + q\,x = 0$

$q\,x = 12$

$x = \frac{12}{12} = 1$ м

Момент в точке К:

$$M_K = V_B \cdot (4 + x) - F(2 + x) - (q \cdot x)\frac{x}{2} =$$

$$= 28 \cdot 5 - 16 \cdot 3 - 12 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = 140 - 48 - 6 = 140 - 54 = 86 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

В данном случае в (.) К изгибающий момент оказался максимальным для всей балки, т.е. эта точка является критической не только для данного участка, но и для всей балки.

4.4. Нормальные напряжения при изгибе.

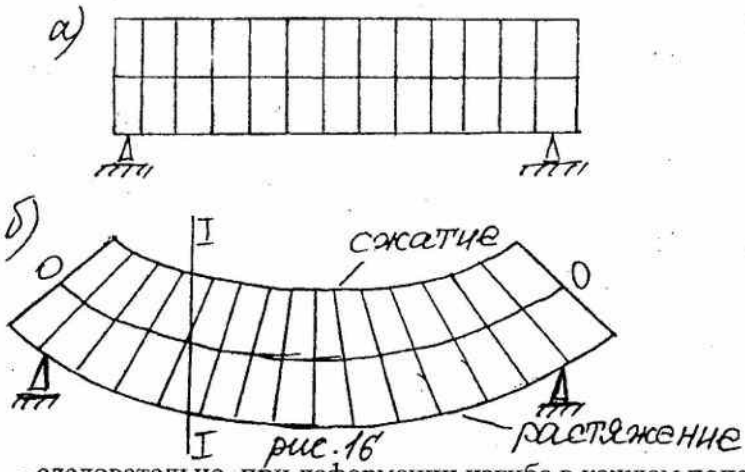


рис.16

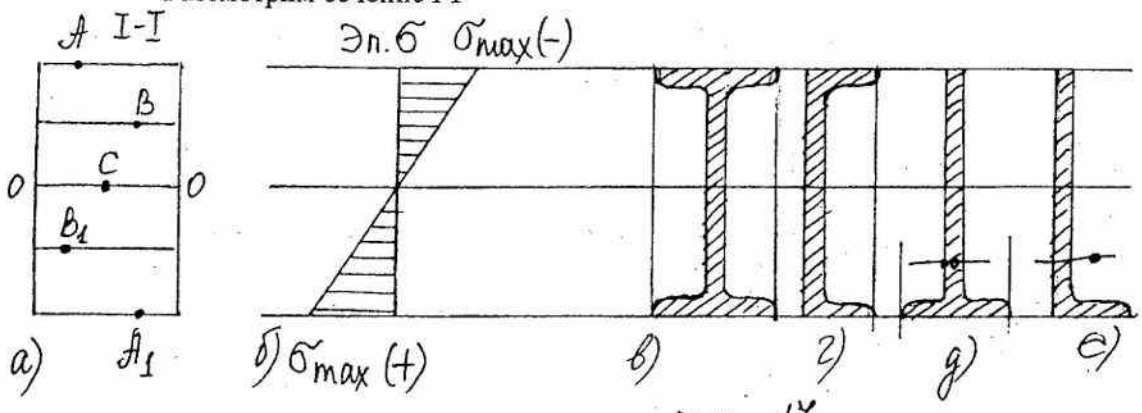
– как видно из рис. 16 при деформации изгиба, кроме искривления оси волокна балки испытывают сжатие и растяжение.

0 –0 –нейтральный слой, длина которого при изгибе не изменяется.

- следовательно, при деформации изгиба в каждом поперечном сечении балки возникают нормальные напряжения σ.

Как видно из рисунка максимальные сжатие и растяжение возникают в слоях наиболее удаленных от нейтрального слоя. Отсюда можно утверждать, что наибольшие нормальные напряжения возникают в слоях наиболее удаленных от нейтрального слоя.

Рассмотрим сечение I-I



σ $\sigma_C = 0$

рис. 17.

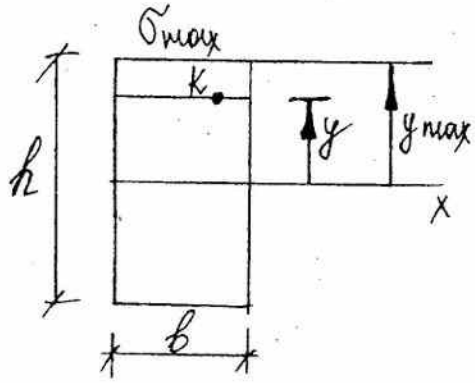
$\sigma_A > \sigma_B$ – (сжатие)

$\sigma_{A_1} > \sigma_{B_1}$ (растяжение)

Эп. σ - эпюра показывает, каким образом распределяются нормальные напряжения по сечению.

т.к. в волокнах близко лежащих к нейтральному слою нормальные напряжения незначительные, используются рациональные сечения: двутавр, швеллер, уголки, тавр (см. рис.17 в, г, д, е).

4.5. Формулы для определения нормальных напряжений при изгибе.



$$\boxed{\sigma_k = \frac{M^{I-I} \cdot y}{J_x}}$$

формула для определения величины нормальных напряжений в любой точке заданного сечения.

где: M^{I-I} - изгибающий момент в рассматриваемом сечении балки

y - расстояние от нейтральной оси x до слоя в котором определяется напряжение.

J_x - осевой момент сечения.

Максимальные нормальные напряжения возникают в слоях удаленных от нейтрального слоя на расстояние $y = y_{max}$, следовательно:

$$\sigma_{max} = \frac{M^{I-I} \cdot y_{max}}{J_x} = \frac{M^{I-I} \cancel{y_{max}} / \cancel{y_{max}}}{J_x / y_{max}} =$$

$$= \frac{M^{I-I}}{J_x / y_{max}} = \frac{M^{I-I}}{W_x}$$

где: $\boxed{J_x / y_{max} = W_x}$ - осевой момент сопротивления сечения

$$\boxed{\sigma_{max} = \frac{M^{I-I}}{W_x}}$$

- формула для определения максимальных нормальных напряжений в заданном сечении балки.

При расчетах на прочность необходимо знать максимальные напряжения, возникающие в балке.- σ_{max}

$$\boxed{\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W_x}}$$

где: $|M_{max}|$ - максимальный изгибающий момент, возникающий в балке.

4.6. Условия прочности при изгибе.

по допустимым напряжениям:

$$\boxed{\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \le [\sigma]}$$

по предельному состоянию:

$$\boxed{\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \le R_y}$$

где: $[\sigma]$ - допустимые нормальные напряжения

R_y - расчетное сопротивление.

4.7. Зная условие прочности можно решать **три типа задач.**

1. Проверка прочности.

Дано: Определяем:

из эпюры

$F_i; q_i; M_i \rightarrow M_{ij} \rightarrow M_{max}$

размеры сечения $\rightarrow W_x$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x}$$

Сравнивая σ_{max} с $[\sigma]$ или с R_y проверяем прочность балки.

2. Определение необходимых размеров поперечного сечения при заданной его форме (проектный расчет).

Дано: Определяем:

$F_i; q_i; M_i \rightarrow M_{ij} \rightarrow M_{max}$

Материал балки $\rightarrow [\sigma]$ или R_y

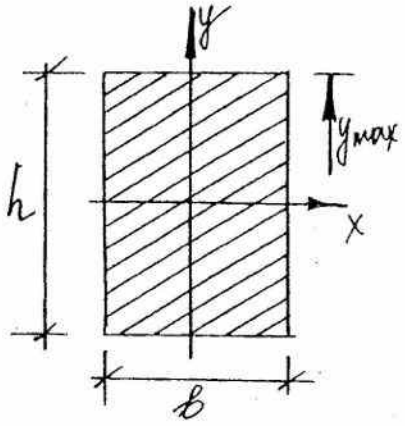
Из условия прочности: $\frac{M_{max}}{W_x} \le R_y$

Определяем $\boxed{W_x \ge \frac{M_{max}}{R_y}}$ или $\boxed{W_x \ge \frac{M_{max}}{[\sigma]}}$

3. Определение предельной нагрузки при заданных размерах поперечности сечения балки и прочностных характеристиках материала.

4.8. Осевой момент сопротивления.

1. Прямоугольное сечение:

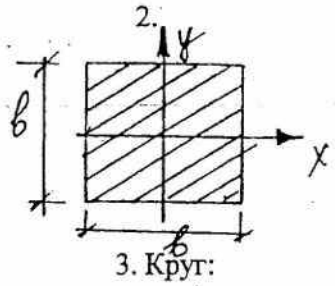


т.к. $W_x = \frac{J_x}{y_{max}}$; а $y_{max} = \frac{h}{2}$; $J_x = \frac{bh^3}{12}$

следовательно: $W_x = \frac{J_x}{h/2} = \frac{2J_x}{h} = \frac{2bh^3}{6 \cdot 2 \cdot h}$

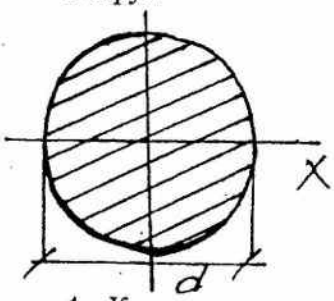
следовательно: $\boxed{W_x = \frac{bh^2}{6}}$ $\boxed{W_y = \frac{hb^2}{6}}$

2.



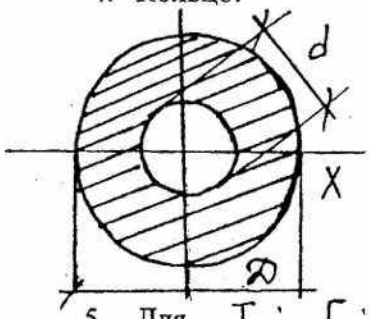
$$\boxed{W_x = W_y = \frac{b^3}{6}} \quad м^3$$

3. Круг:



$$\boxed{W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0{,}1 d^3} \quad м^3$$

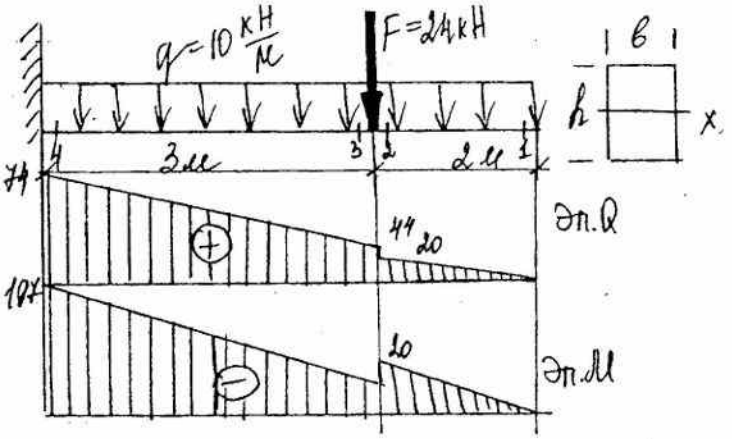
4. Кольцо:



$$\boxed{W_x = W_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D} \approx 0{,}1 \frac{D^4 - d^4}{D}}$$

5. Для I ; [; – $\left.\begin{matrix} W_x \\ W_y \end{matrix}\right\}$ - в таблицах

ПРИМЕР: Определить размеры сечения деревянной балки (КАНСОЛИ)



$h = 3b$; $[\sigma] = 12$ МПа

b - ?

h - ?

1). Эпюра Q

$Q_1 = 0$; $Q_2 = (q \cdot 2) = 20$ кН

$Q_3 = (q \cdot 2) + F = 20 + 24 = 44$ кН

$Q_4 = (q \cdot 5) + F = 50 + 24 = 74$ кН

2). Эпюра M

$M_1 = 0$; $M_2 = -(q \cdot 2) \cdot 1 = -20$ кН·м; $M_3 = M_2 = -20$ кН·м

$M_4 = -(q \cdot 5) \cdot 2{,}5 - F \cdot 3 = -125 - 72 = -197$ кН·м

3). Расчет размеров сечения.

$W_x = \frac{|M_{max}|}{[\sigma]}$; $|M_{max}| = 197$ кН·м $= 19700$ кН·см

$[\sigma] = 12$ МПа $= 1{,}2$ кН/см²

$$W_x = \frac{19700}{1{,}2} = 16417 \text{ см}^3$$

Прямоугольник

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(3b)^2}{6} = \frac{9b^3}{6} = 16417$$

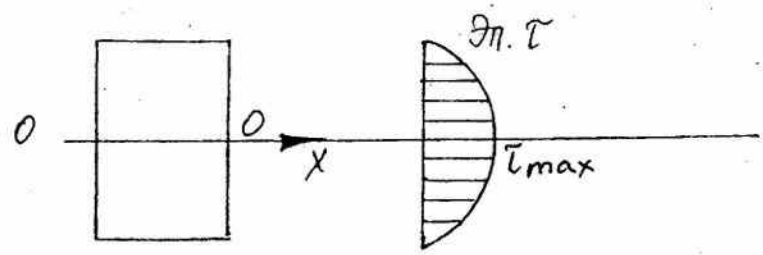
$$b = \sqrt[3]{\frac{16417 \cdot 6}{9}} = \sqrt[3]{10945} = 10\sqrt[3]{10{,}945} \approx 22 \text{ см}; \quad h = 3 \cdot 22 = 66 \text{ см}$$

Ответ: $b \times h = 22 \times 66$.

4.9. Касательные напряжения при изгибе.

При деформации изгиба в каждом поперечном сечении балки возникают касательные напряжения τ.

При решении практических задач необходимо определять максимальные касательные напряжения, т. к. от их величины зависит жесткость балки.



Эпюра распределения касательных напряжений по сечению.

Как видно из эпюры τ максимальные касательные напряжения τ_{max} возникают на нейтральной оси.

Формула Журавского $\boxed{\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{Q_{max}}{hb}}$ для прямоугольного сечения

где: Q_{max} – максимальная поперечная сила (из эпюры Q)
bh –размеры поперечного сечения.

Условие жесткости.

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{Q_{max}}{bh} \le [\tau]}$$

где: $[\tau]$ - допустимые касательные напряжения.

ПРИМЕР: Проверить жесткость балки (см. рис. 18)
Из эпюры Q

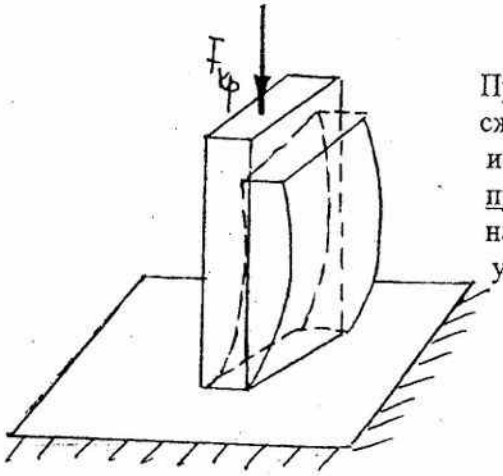
Q_{max}=74 кН
bh=22 66 см
[τ]=2,5 МПа=0,25 кН/см^2

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\cdot\frac{74}{22\times 66} = 0{,}076\ \frac{кН}{см^2} < [\tau] = 0{,}25\ \frac{кН}{см^2}$$

Условие жесткости соблюдено.

Тема 5. УСТОЙЧИВОСТЬ ЦЕНТРАЛЬНО-СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ.

5.1. Общие понятия.



Прямолинейный стержень, нагруженный осевой сжимающей силой, равной критической испытывает искривление. Такая деформация стержня называется продольным изгибом. Критической силой называется наименьшая по величине сила вызывающая потерю устойчивости стержня

5.2. Формула Эйлера.

Для определения величины критической силы используется формула Эйлера.

$$\boxed{F_{кр} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{(\mu l)^2}}$$

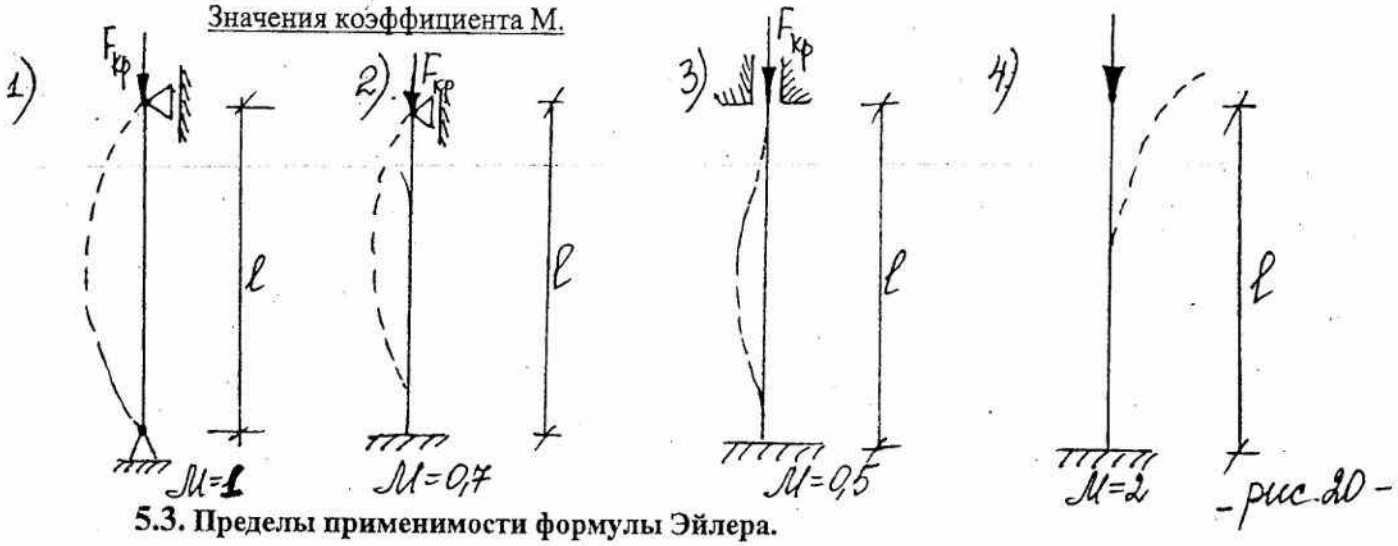
где: E – модуль продольной упругости (величина табличная)

J_{min} - минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня.

l - длина стержня.

μ - коэффициент приведения длины, зависящий от способов закрепления стержней.

Значения коэффициента М.



- рис.20 -

5.3. Пределы применимости формулы Эйлера.

Формула Эйлера применима до тех пор, пока напряжение в стержне не превышает предела пропорциональности материала

Нормальное напряжение при продольном изгибе называется критическим:

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{(\mu l)^2 \cdot A} \cdot i^2$$

где: А – площадь поперечного сечения стержня. Геометрическая характеристика сечения выражается наименьшим радиусом инерции сечения:

$$\boxed{i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}} \quad м$$

отсюда :

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E i^2_{min}}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i_{min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Величина $\boxed{\frac{\mu l}{i_{min}} = \lambda_{расч}}$ - расчетная гибкость стержня, которая зависит от размеров стержня и от способа закрепления концов стержня

Формулой Эйлера можно пользоваться при условии:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{п.ц.}$$

Следовательно: $\boxed{\lambda_{пред.} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{п.ц}}}}$ предельная гибкость материала.

$\lambda_{пред.}$ - зависит только от физико-механических и прочностных характеристик материала.

Условие применимости формулы Эйлера

$\boxed{\lambda_{расч.} \geq \lambda_{пред.}}$ гибкость стержня должна быть равна или больше предельной гибкости.

ПРИМЕР: Магнитоуглеродистая сталь

$$\left.\begin{array}{l}\sigma_{п.ц.} = 200\ МПа \\ E = 2 \cdot 10^5\ МПа\end{array}\right\} \lambda_{пред.} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{п.ц}}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 2 \cdot 10^5}{200}} = \sqrt{10^4} = 100$$

$\pi = 3,14$
$\pi^2 \approx 10$

Следовательно: формула Эйлера применима для стержней из мало углеродистой стали гибкость, которых больше 100.

Если условие $\lambda_{расч.} \geq \lambda_{пред.}$ не выполняется, т. е. $\lambda_{расч.} < \lambda_{пред.}$, используется формула Ясинского для определения критического напряжения

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda_{расч}.$$

где: а и в – коэффициенты, зависящие от материалов.

НАПРИМЕР:

1) для малоуглеродистой стали при $\lambda_{расч}$ от 40 ÷ 100 коэффициент

а=310 МПа, в=1,14 МПа

2) При гибкости от 0 ÷ 40 (стержни малой гибкости)

$$\sigma_{кр} = \sigma = \frac{N}{A} \quad (расчет\ на\ прочность).$$

ПРИМЕР: Подобрать сечение центрально-сжатой стойки.

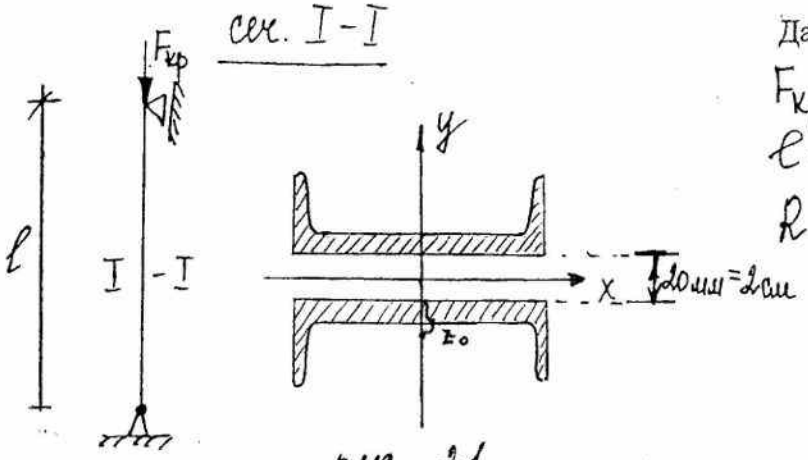


рис. 21.

Дано:

$F_{кр} = 0{,}4\ МН = 400\ кН$

$l = 2{,}5\ м = 250\ см$

$R = 210\ МПа = 21\ кН/см^2$

РЕШЕНИЕ:

1. Задаемся величиной коэффициента продольного изгиба: φ=0,7 (в первом приближении можно принять φ=0,6÷0,8; для стержней с одним защемленным концом рекомендуется принять φ=0,4÷0,5)

2. Определяем требуемую площадь поперечного сечения стойки:
Из условия прочности:

$$\frac{F}{\varphi A} \le R$$

$$A \ge \frac{F}{\varphi R} = \frac{400\ кН}{0{,}7 \cdot 21} = 27{,}2\ см^2$$

т. к. стержень имеет площадь, состоящую из двух швеллеров, площадь одного швеллера:

$$A^{[} = \frac{A}{2} = \frac{27{,}2}{2} = 13{,}6\ см^2$$

По таблицам сортамента выбираем № швеллера

$[№ 12 \qquad A = 13{,}3\ см^2$

общая площадь сечения :

$$A_{общ} = 2 \cdot A = 2 \cdot 13{,}3 = 26{,}6\ см^2$$

3. Проверить устойчивость стержня принятого сечения
а) Определить минимальный момент инерции сечения:

$$J_x = \left(J_y^{таб} + (z_0 + 1)^2 \cdot A^{[}\right) \cdot 2 = \left(31{,}2 + (1{,}54 + 1)^2 \cdot 13{,}3\right) \cdot 2 =$$
$$= (31{,}2 + 6{,}45 \cdot 13{,}3) \cdot 2 = 234\ см^4$$

$$J_y = J_x^{таб} \cdot 2 = 304 \cdot 2 = 608\ см^4$$

$$J_{min} = J_x = 234\ см^4$$

б) Определить минимальный радиус инерции сечения:

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A_{общ}}} = \sqrt{\frac{234}{26,6}} = \sqrt{8,79} = 2,97 \text{ см}$$

в) Определить гибкость стержня:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1 \cdot 250}{2,97} = 84,2$$

г) Определить коэффициент продольного изгиба φ:
По таблице коэффициентов φ имеем:
для

$\lambda = 80 \qquad \varphi_{80} = 0,734$

$\lambda = 90 \qquad \varphi_{90} = 0,666$

Определить φ' для гибкости $\lambda = 84,2$

$$\varphi'_{84,2} = \varphi_{80} - \frac{\varphi_{80} - \varphi_{90}}{10} \cdot 4,2 = 0,734 - \frac{0,734 - 0,666}{10} \cdot 4,2 = 0,734 - 0,028 = 0,706$$

разность между гибкостями : $4,2 = 84,2 - 80$

4. Определить напряжение возникающие в стержне:

$$\sigma_{кр} = \frac{F}{\varphi' \cdot A_{общ}} = \frac{400}{0,706 \cdot 26,6} = 21,3 \frac{кН}{см^2} > R = 21 \frac{кН}{см^2}$$

5. Определить % перенапряжения δ

$$\delta = \frac{\sigma_{кр} - R}{R} \cdot 100\% = \frac{21,3 - 21}{21} \cdot 100\% = 1,4\%$$

$$\delta = 1,4\% < [\delta] = 2\% \div 3\%$$

Следовательно, расчетная площадь поперечного сечения удовлетворяет условиям прочности.

Примечание: $[\delta] = 2\% \div 3\%$ — допускаемый процент перегрузки или недогрузки.

Если перегрузка или недогрузка стержня получится больше чем $[\delta] = 2\% - 3\%$, необходимо повторить весь расчет заново, приняв новый коэффициент продольного изгиба.

$$\varphi'' = \frac{\varphi + \varphi'}{2}$$

Т. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ.

Ранее были изучены четыре вида простого нагружения – простые деформации:

1) центральное растяжение (сжатие)
2) сдвиг
3) кручение
4) изгиб прямого бруса.

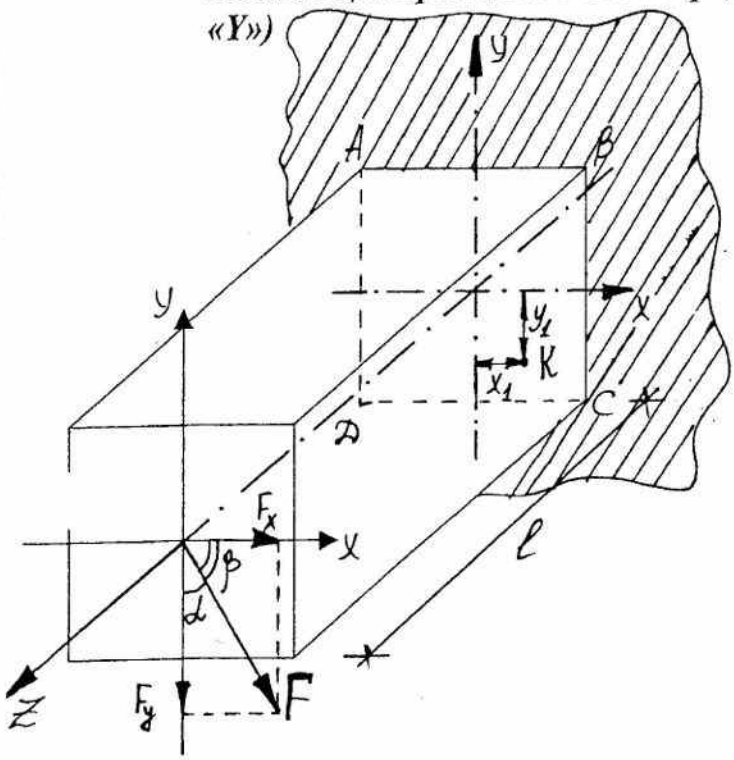
К сложному сопротивлению относятся виды деформации бруса, при которых в его поперечных сечениях одновременно возникает не менее двух внутренних силовых факторов *(т. е. сочетание двух или более простых видов деформаций).*

К сложным сопротивлениям относятся:

1) косой изгиб
2) внецентренное растяжение и сжатие
3) изгиб с кручением брусьев круглого сечения.

КОСОЙ ИЗГИБ.

Косой изгиб возникает в том случае, когда внешние силы, перпендикулярные оси стержня (ось Z), не совпадают с какой-либо главной центральной осью инерции поперечного сечения (осями «X» и «Y»)



Сила F перпендикулярна оси Z и направлена под углом к оси «Y» и к оси «X».

рис. 1

Косой изгиб можно рассматривать как сочетание двух изгибов во взаимно перпендикулярных плоскостях (вертикальной и горизонтальной)

Пример: разложить силу F на две составляющие: F_x и F_y (см. рис. 1).

- Рассмотрим сечение ABCD: F_x – вызывает изгиб относительно оси Y (в горизонтальной плоскости), F_y – вызывает изгиб относительно оси X (в вертикальной плоскости).

Таким образом, в брусе одновременно возникают два изгиба.

- Определим изгибающие моменты в сечении ABCD (рис. 1)

$M_x = F_y \cdot l = (F \cdot \cos\alpha) \cdot l$ *(изгиб в вертикальной плоскости)*

$M_y = F_x \cdot l = (F \cdot \cos\beta) \cdot l$ *(изгиб в горизонтальной плоскости)*

Точка К, в рассматриваемом сечении ABCD, испытывает напряжения от изгиба в вертикальной и горизонтальной плоскости.
Величина напряжений в заданной точке К будет определяться по формуле

$$\sigma_K = \pm\, \sigma_{K(x)} \pm \sigma_{K(y)} = \pm \frac{M_x \cdot Y_1}{Y_x} \pm \frac{M_y X_1}{Y_y}$$

где: M_x, M_y – изгибающие моменты в сечении ABCD;
X_1 – расстояние от оси У до точки К;
Y_1 – расстояние от оси Х до точки К;

$\left.\begin{matrix} Y_x \\ Y_y \end{matrix}\right\}$ - осевые моменты инерции сечения.

Знаки (+) и (-) указывают какие напряжения возникают в рассматриваемой точке.
(+) – напряжение растяжения.
(-) – напряжение сжатия.
Максимальные нормальные напряжения возникают в точках А; В; С; D (см. сечение ABCD, рис. 1) – так как они наиболее удалены от главных центральных осей сечения Х и У.
Максимальные нормальные напряжения в точках А; В; С; D; определяются по формуле:

$$\boxed{\sigma_{max} = \pm\, \sigma_{max(x)} \pm \sigma_{max(y)}}$$

т. к. $\sigma_{max(x)} = \pm \dfrac{M_x}{W_x}$

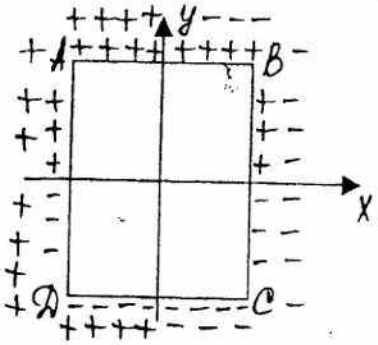
$\sigma_{max(y)} = \pm \dfrac{M_y}{W_y}$

Следовательно:

$$\boxed{\sigma_{max} = \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y}}$$

где: $\left.\begin{matrix} W_x \\ W_y \end{matrix}\right\}$ - осевые моменты сопротивления поперечного сечения

Пример:
Рассмотрим сечение ABCD (рис. 1.).



При изгибе в вертикальной плоскости (изгиб относительно оси «Х»), вызванный составляющей F_y верхняя часть балки испытывает напряжение растяжения (+), нижняя – сжатие (-). При изгибе в горизонтальной плоскости (изгиб относительно оси У), вызванный составляющей F_x.

Левая часть балки испытывает напряжение растяжения (+); правая часть – сжатие (-). Отсюда имеем:

$$\sigma_A = +\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \quad (max)$$

$$\sigma_B = +\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}$$

$$\sigma_C = -\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} \quad (max)$$

$$\sigma_D = -\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$$

Отсюда видно: максимальные нормальные напряжения в точках А и С.

УСЛОВИЕ ПРОЧНОСТИ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ.

Для сечений типа прямоугольника, двутавра и т. п. условие прочности выражается уравнениями:

- по допускаемым напряжениям:

$$\boxed{\sigma_{max} = \pm\frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} \le [\sigma]}$$

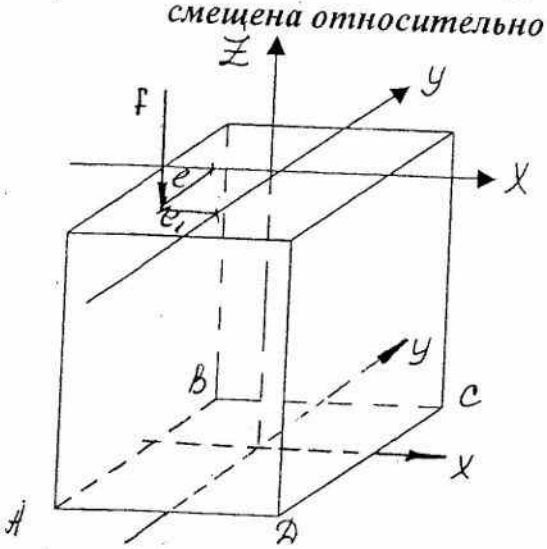
- по предельному состоянию

$$\boxed{\sigma_{max} = \pm\frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} \le R_y}$$

где: $[\sigma]$ – допускаемое напряжение.
R_y – расчетное сопротивление.

ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ (РАСТЯЖЕНИЕ).

Внецентренное сжатие (растяжение) возникает в стержне в том случае, если внешняя сила параллельна продольной оси стержня и смещена относительно главных осей сечения.



Ось Z – продольная, X и Y – центральные оси поперечного сечения. Внешняя сила F перпендикулярна оси Z.
e, e_1 –эксцентриситеты (расстояния от точки приложения силы F до осей X и Y).

Применив метод сечений, обнаружим, что в любом поперечном сечении стержня возникают: продольная сило N=-F (в данном случае сжатие); изгибающий момент относительно оси X

$$M_x = F \cdot e$$

и изгибающий момент относительно оси У

$$M_y = F \cdot e_1$$

Следовательно в любой точке поперечного сечения стержня при внецентренном сжатии (растяжении) одновременно возникают нормальные напряжения от сжатия (растяжения) и изгиба в двух плоскостях:

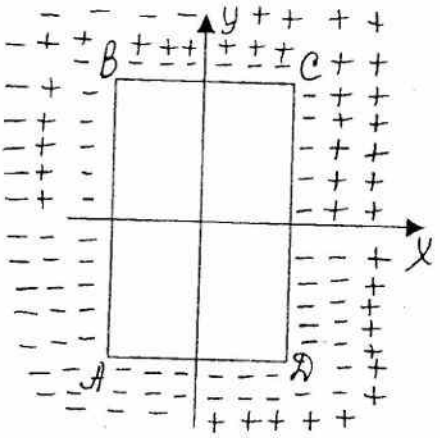
$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x \cdot y}{J_x} + \frac{M_y \cdot x}{J_y}$$

где: X и У точки приложения силы F.
$У_x$; $У_y$- осевые моменты инерции сечения.
Для сечений, имеющих выступающие угловые точки (прямоугольное, двутавры) нормальные напряжения определяются по формуле:

$$\boxed{\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y}}$$

где: N – продольная сила.
M_x; My – изгибающие моменты относительно осей X и У.
W_x; W_y – осевые моменты сопротивления сечений относительно осей X и У.
Знаки (+) и (-) означают в каких (растянутых или сжатых) волокнах находятся точки, в которых определяется нормальное напряжение.

Пример: (см. рис.)



а) Все точки сечения от внешней силы F испытывают сжатие, знак (-).

б) Изгиб относительно оси X ($M_x=F\cdot e$) ниже оси X – сжатие (-); выше оси X - растяжение (+).

в) Изгиб относительно оси У ($M_y=F\cdot e_1$) слева от оси У – сжатие (-); справа от оси У – растяжение (+).

Как видно из рис. ***максимальное нормальное напряжение возникает в точке А – сжатие.***

$$\sigma_A = -\frac{N}{A} - \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}$$ – (максимальное сжимающее напряжение)

$$\sigma_B = -\frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}$$

$$\sigma_C = -\frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$$

$$\sigma_D = -\frac{N}{A} - \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$$

<u>Условие прочности</u>

<u>- по растягивающим напряжениям имеет вид:</u>

$$\boxed{\sigma_{раст.} = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \le R_{раст.}}$$

<u>-по сжимающим напряжениям</u>

$$\boxed{\sigma_{сж} = -\frac{N}{A} - \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} \le R_{сж}}$$

Частные случаи:

а) e=0; т. е. внешняя сила F находится (пересекает) на оси X

$$\boxed{\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y}}$$

б) e_1=0; сила F находится на оси У.

$$\boxed{\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W_x}}$$

Т. ИЗГИБ С РАСТЯЖЕНИЕМ (СЖАТИЕМ).

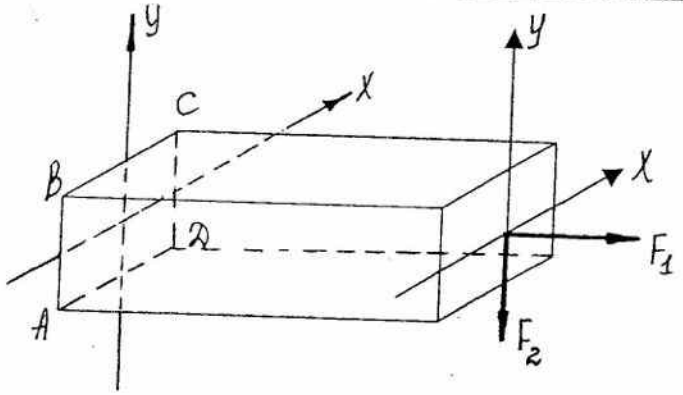


рис.

Как видно из рисунка внешняя сила F_1 действующая по оси Z, вызывает в стержне деформацию осевого растяжения, следовательно, в поперечном сечении возникает продольная сила $N=F_1$, а так же нормальное напряжение :

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Сила F_2 направлена по оси сечения У и вызывает изгиб в вертикальной плоскости, т. е относительно оси Х.

В поперечном сечении стержня от изгиба возникает поперечная сила $Q=F_2$ и изгибающий момент $M_x=F_2 \cdot l$, а также нормальное напряжение :

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{W_x}.$$

Следовательно в точках каждого поперечного сечения стержня возникает нормальное напряжение, которое определяется по формуле:

$$\boxed{\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W_x}}$$

или

$$\boxed{\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y}}$$

Знаки (+) и (-) показывают в каких волокнах растянутых (+) или сжатых (-) находится рассматриваемая точка.

Условия прочности

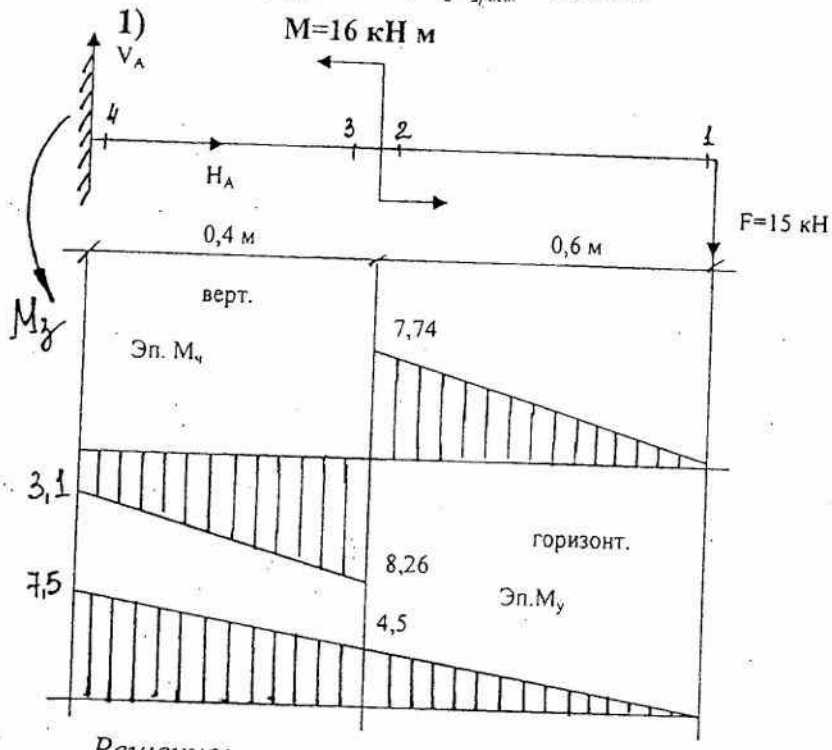
- по предельному состоянию

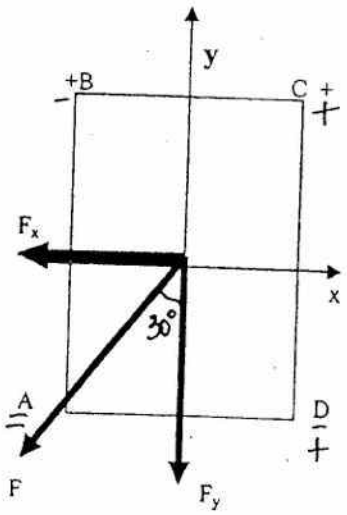
$$\boxed{\sigma_{max} = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \leq R}$$

- по допускаемым напряжениям.

$$\boxed{\sigma_{max} = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \leq [\sigma]}$$

Пример: Проверить прочность консоли, под действием внешней нагрузки. $[\sigma]_{сж}$ 16МПа; $[\sigma]_{раст} = 14{,}5 МПа$





AD=b=14 см
AB=21 см

Решение:

1) Разложить силу F на две составляющие F_x и F_y

$F_x = F\cos 60^0$

$F_y = F\cos 30^0$

Примечание: составляющая сила $\mathbf{F_x}$ ***вызывает изгиб в горизонтальной плоскости, т. е. относительно оси У, F_y – вызывает изгиб в вертикальной плоскости, т. е. относительно оси Х.***

Условие прочности при косом изгибе:

$$\sigma_{max} = \pm\frac{M_{x\,max}}{W_x} \pm \frac{M_{y\,max}}{W_y}$$

Следовательно, необходимо определить $M_{x\,мах}$, $M_{y\,мах}$, которые находятся по эпюрам моментов.

2) а) Рассмотреть изгиб в вертикальной плоскости, к5оторый возникает под действием составляющей силы $F_y = F\cos 30^0$ и внешнего момента M, относительно оси X.

$M_{1x} = 0,$

$M_{2x} = -(F\cos 30^0)\cdot 0{,}6 = -15\cdot 0{,}86\cdot 0{,}6 = -7{,}74$ кН·м

$M_{3x} = -(F\cos 30^0)\cdot 0{,}6 + M = -7{,}74 + 16 = 8{,}26$ кН·м

$M_{4x} = -(F\cos 30^0)\cdot 1 + M = -12{,}9 + 16 = 3{,}1$ кН·м

б) Рассмотрим изгиб в горизонтальной плоскости, который возникает под действием составляющей силы $F_x = F\cos 60^0$ (относительно оси *У*).

Внешний момент *M* на изгиб относительно оси *У* не влияет.

$M_{1y}=0,$

$M_{2y}= (F\cos 60^0)\cdot 0,6 = 4,5\ кН\cdot м = M_{3y}$

$M_{4x}= (F\cos 60^0)\cdot 1 = 7,5\ кН\cdot м$

(в данном случае изгибающие моменты в сечениях 2, 3, 4 имеют один знак, построим эпюру выше оси 0 – 0)

3) Проверка прочности.

а) $M_{x\,max} = M_{x3} = 8,26\ кН\cdot м = 826\ кН\cdot см$

$M_{y\,max} = M_{x4} = 7,5\ кН\cdot м = 750\ кН\cdot см$

Т. к. $M_{x\,max}$ и $M_{y\,max}$ возникают в разных сечениях консоли, будем делать проверки прочности в этих двух сечениях.

б) Определить осевые моменты сопротивления сечения.

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{14\cdot 21^2}{6} = 1029\ см^3$$

$$W_y = \frac{hb^2}{6} = \frac{21\cdot 14^2}{6} = 686\ см^3$$

в) Максимальные нормальные напряжения в сечении балки возникают в точках *A, B, C, D* (максимально удалены от нейтральных осей сечения *X* и *У*.

При изгибе относительно оси *X* точки *A* и *D* – в сжатых волокнах (-), точки *B* и *C* – в растянутых (+).

При изгибе относительно оси *У* точки *A* и *B* – в сжатых волокнах (-), точки *C* и *D* – в растянутых волокнах (+).

г) Подставить найденные значения $M_{x\,max}$; $M_{y\,max}$; W_x; W_y в формулу прочности

$$\sigma_{max} = \pm\frac{M_{x\,max}}{W_x} \pm \frac{M_{y\,max}}{W_y}$$

Сечение 3

$$\sigma_{мах} = \pm\frac{826}{1029} \pm \frac{450}{686} = \pm 0{,}803 \pm 0{,}656$$

$\sigma_A = -0{,}803 - 0{,}656 = -1{,}459$ *кН/см*^{2} (сжатие)

$\sigma_B = 0{,}803 - 0{,}656 = 0{,}147$ *кН/см*^{2} (растяжение)

$\sigma_C = 0{,}803 + 0{,}656 = 1{,}459$ *кН/см*^{2} (растяжение)

$\sigma_D = -0{,}803 + 0{,}656 = -0{,}147$ *кН/см*^{2} (сжатие)

сжатие $\sigma_{maxA} = 1{,}459$ *кН/см*^{2} = *14,6 МПа*

растяжение $\sigma_{max\,C} = 1{,}459$ *кН/см*^{2} = *14,6 МПа*

Сечение 4:

$$\sigma_{max} = \pm\frac{310}{1029} \pm \frac{750}{686} = \pm 0{,}3 \pm 1{,}09$$

$\sigma_A = -0{,}3 - 1{,}09 = -1{,}39$ *кН/см*^{2}

$\sigma_B = 0{,}3 - 1{,}09 = -0{,}79$ *кН/см*^{2}

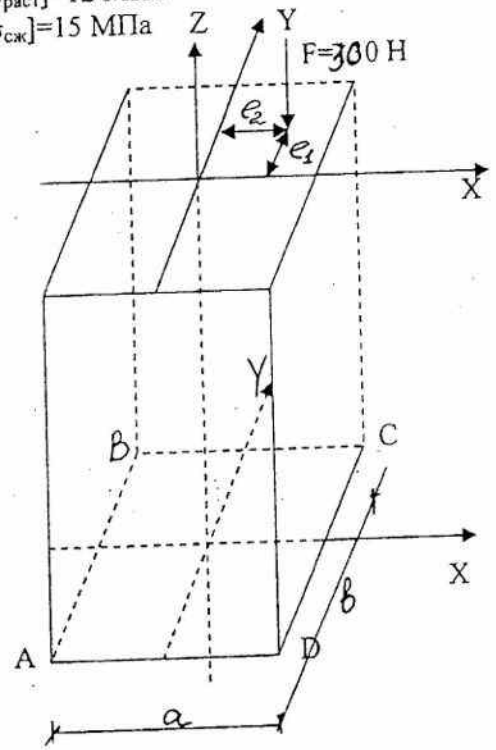
$\sigma_C = +0{,}3 + 1{,}09 = 1{,}39$ *кН/см*^{2}

$\sigma_D = -0{,}3 + 1{,}09 = 0{,}79$ *кН/см*^{2}

сжатие $\sigma_{max\,A} = 1{,}39$ *кН/см*^{2} = *13,9 МПа*

растяжение $\sigma_{max\,C} = 1{,}39$ *кН/см*^{2} = *13,9 МПа*

Пример 1. Проверить прочность стержня, который нагружен внешней нагрузкой F=300 кН, вызывающей в стержне деформацию внецентренного сжатия.
Материал стержня древесина:
$[\sigma_{раст}]$=12 МПа
$[\sigma_{сж}]$=15 МПа



X и У – оси поперечного сечения стержня.
Z – произвольная ось.
Сила F параллельна оси Z.
a=30 см
в=40 см
e_1=15 см
e_2=7 см

Решение:

1. Условие прочности

$$\sigma_{max} = -\frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} \le [\bar{\sigma}]$$

1. Определить внутренние усилия:

N= - F= - 300 кН
M_x=F.e_1= 300 15=4500 кН см
M_y=F·e_2=300 7=2100 кН см

2. Определить геометрические характеристики сечения ABCD

A=a·в = 30·40 =1200 см²

$$W_x = \frac{ab^2}{6} = \frac{30 \cdot 40^2}{6} = 8000\ см^3$$

$$W_y = \frac{a^2 b}{6} = \frac{30^2 \cdot 40}{6} = 6000\ см^3$$

3. Определить величину нормальных напряжений:

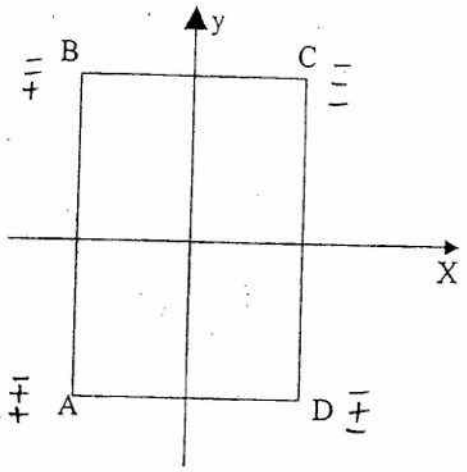
$$\sigma_{max} = -\frac{300}{1200} \pm \frac{4500}{8000} \pm \frac{2100}{6000} = -0{,}25 \pm 0{,}57 \pm 0{,}35$$

Максимальные нормальные напряжения возникают в точках сечения A, B, C, D, т. к. они максимально удалены от нейтральных осей X и У.

5. Определить в каких волокнах находятся точки A, B, C, D (растянутых (+) или сжатых (-)).

а) от изгиба относительно X
точки A и D – растяжение (+)
точки B и C – сжатие (-)

б) от изгиба относительно оси У
точки A и B – растяжение (+)
точки D и C – сжатие (-)



$\sigma_A = -0,25 + 0,57 + 0,35 = 0,67\ кН/см^2$

$\sigma_B = -0,25 - 0,57 + 0,35 = -0,47\ кН/см^2$

$\sigma_C = -0,25 - 0,57 - 0,35 = -1,17\ кН/см^2$

$\sigma_D = -0,25 + 0,57 - 0,35 = -0,03\ кН/см^2$

Максимальные нормальные напряжения в точках A и C.

$\sigma_{maxA} = 0,67\ кН/см^2$ - растяжение

$\sigma_{maxC} = -1,17\ кН/см^2$ - сжатие

6. Проверка прочности:

$[\sigma_{сж}] = 15$ МПа $= 1,5\ кН/см^2$

$[\sigma_{раст}] = 12$ МПа $= 1,2\ кН/см^2$

$\sigma_{maxA} = 0,67\ кН/см^2 < [\sigma_{раст}] = 1,2\ кН/см^2$

$\sigma_{maxC} = 1,17 < [\sigma_{сж}] = 1,5\ кН/см^2$

<u>Прочность стержня гарантирована!</u>

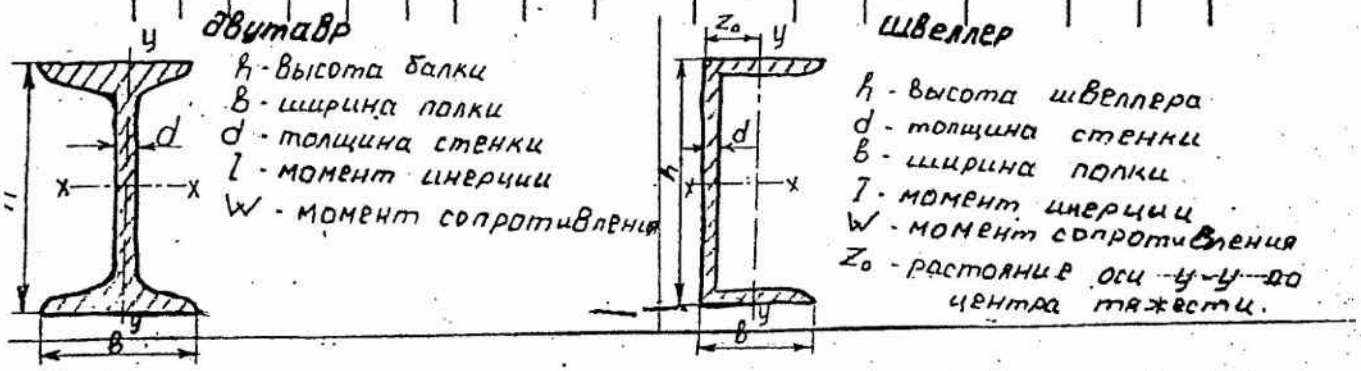
КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРОДОЛЬНОГО ИЗГИБА φ ЦЕНТРАЛЬНО-СЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ СТАЛИ

Гибкость λ	Коэффициенты φ для элементов из стали с расчетным R_y, МПа								
	200	220	225	230	235	240	280	290	300
I0	0,998	0,987	0,987	0,987	0,987	0,987	0,986	0,985	0,984
20	0,967	0,964	0,963	0,963	0,962	0,962	0,959	0,958	0,957
30	0,939	0,935	0,934	0,933	0,932	0,93I	0,924	0,922	0,920
40	0,906	0,900	0,898	0,897	0,895	0,894	0,883	0,880	0,878
50	0,869	0,860	0,858	0,856	0,854	0,852	0,836	0,832	0,829
60	0,827	0,8I6	0,8I3	0,8I0	0,807	0,805	0,785	0,780	0,775
70	0,782	0,768	0,764	0,76I	0,757	0,754	0,727	0,7I4	0,705
80	0,734	0,7I0	0,704	0,698	0,692	0,686	0,64I	0,63I	0,62I
90	0,665	0,638	0,63I	0,625	0,6I8	0,6I2	0,565	0,554	0,543
I00	0,599	0,57I	0,563	0,556	0,549	0,542	0,493	0,48I	0,470
II0	0,537	0,507	0,499	0,492	0,485	0,478	0,427	0,4I5	0,404
I20	0,479	0,449	0,44I	0,434	0,426	0,4I9	0,366	0,354	0,343
I30	0,425	0,394	0,386	0,379	0,37I	0,364	0,3I3	0,303	0,294
I40	0,376	0,345	0,337	0,330	0,322	0,3I5	0,272	0,264	0,256
I50	0,328	0,302	0,295	0,289	0,282	0,276	0,239	0,232	0,225
I60	0,290	0,267	0,265	0,255	0,249	0,244	0,2I2	0,205	0,I99
170	0,260								
180	0,230								
190	0,210								
200	0,190								
210	0,170								
220	0,160								

Таблица 1

Швеллеры с уклоном внутренних граней полок

Номер швеллера	h, мм	b, мм	d, мм	t, мм	R, мм (не более)	r, мм (не более)	Площадь поперечного сечения, см²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей X—X: J_x, см⁴	W_x, см³	i_x, см	S_x, см³	Справочные значения для осей Y—Y: J_y, см⁴	W_y, см³	i_y, см	z_0, см
5	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	23,30	12,80	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,40	20,40	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,40	304,0	50,6	4,78	29,60	31,20	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,60	12,30	491,0	70,2	5,60	40,80	45,40	11,00	1,70	1,67
16	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,20	747,0	93,4	6,42	54,10	63,30	13,80	1,87	1,80
16а	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,40	78,80	16,40	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,24	69,80	86,00	17,00	2,04	1,94
18а	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,40	1190,0	132,0	7,32	76,10	105,00	20,00	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,40	1520,0	152,0	8,07	87,80	113,00	20,50	2,20	2,07
22	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,00	2110,0	192,0	8,89	110,00	151,00	25,10	2,37	2,21
24	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,00	2900,0	242,0	9,73	139,00	208,00	31,60	2,60	2,42
27	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,70	4160,0	308,0	10,90	178,00	262,00	37,30	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,80	5810,0	387,0	12,00	224,00	327,00	43,60	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,50	7980,0	484,0	13,10	281,00	410,00	51,80	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,90	10820,0	601,0	14,20	350,00	513,00	61,70	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,30	16220,0	761,0	15,70	444,00	642,00	73,40	3,23	2,75



Двутавры

Таблица 2

Номер двутавра	h, мм	b, мм	d, мм	t, мм	R, мм (не более)	r, мм (не более)	Площадь поперечного сечения, см²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей X—X: J_x, см⁴	W_x, см³	i_x, см	S_x, см³	Справочные значения для осей Y—Y: J_y, см⁴	W_y, см³	i_y, см
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Примечания:

1. Площадь поперечного сечения и масса 1 м двутавра вычислены по номинальным размерам; плотность стали принята равной 7,85 г/см³.
2. Величины радиусов закругления, уклона внутренних граней полок, толщины полок, указанные на черт. 1 и в табл. 1, приведены для построения калибров и на готовом прокате не контролируется.
3. В таблицах используют обозначения:
   I — момент инерции;
   W — момент сопротивления;
   S — статический момент полусечения;
   i — радиус инерции.
4. Двутавры от № 24 до № 60 не рекомендуется применять в новых разработках.

Вопросы по *«Сопротивлению материалов»*

1. Основные задачи сопромата.
2. Основные допущения и гипотезы.
3. Классификация внешних сил.
4. Расчетная схема сооружений. Опоры и их реакции.
5. Основные виды деформаций.
6. Метод сечений.
7. Внутренние напряжения.
8. Деформация растяжения-сжатия. Внутренние усилия: продольная сила и нормальные напряжения.
9. Эпюры N и G.
10. Продольная деформация при растяжении-сжатии. Закон Гука. Поперечная деформация.
11. Определение продольной деформации.
12. Расчеты на прочность при растяжении-сжатии.
13. Основные типы задач: а) проверка прочности;
    б) подбор необходимых размеров поперечных сечений.
14. Подбор размеров поперечного сечения.
15. Понятия о геометрических характеристиках плоских сечений.
16. Осевой и полярный моменты инерции плоских сечений.
17. Главные центральные моменты инерции плоских сечений.
18. Центральные моменты инерции простейших сечений.
19. Зависимость между моментами инерции относительно осей параллельных центральным.
20. Определение осевых моментов инерции составных сечений.
21. Изгиб прямого бруса. Основные понятия.
22. Внутренние силовые факторы при изгибе: поперечная сила и изгибающий момент.
23. Эпюры Q и $M_{из}$. Дифференциальная зависимость g, Q и $M_{из}$.
24. Нормальные напряжения при изгибе.
25. Формулы для определения нормальных напряжений.
26. Условия прочности при изгибе.
27. Типы задач на условие прочности при изгибе.
28. Осевой момент сопротивления сечения.
29. Полный расчет балки на прочность.
30. Касательные напряжения при изгибе.
31. Алгоритм расчета по условию жесткости.
32. Понятие о гипотезах прочности.
33. Понятие об эквивалентных напряжениях.
34. Понятие о линейных и угловых перемещениях в балках и способах их определения (С-б Мора и
    с-б Верещагина).
35. Понятия о косом изгибе. Нормальные напряжения.
36. Понятия о внецентренном сжатии. Нормальные напряжения.
37. Устойчивость центрально-сжатых стержней. Общие сведения.
38. Формула Эйлера.
39. Пределы применимости формулы Эйлера.