

Санкт-Петербургское государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение
«Академия управления городской средой, градостроительства и печати»



УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора
по учебно-методической работе

О.В.Фомичева

20 23г

**Методические рекомендации для выполнения
практических работ**

по учебной дисциплине

**«ОП.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ
ПРИКЛАДНЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ»**

для специальности

**08.02.15 Информационное моделирование в строительстве
Форма обучения –очная**

Санкт-Петербург
2023г.

Одобрены на заседании цикловой комиссии
Математики и информационных технологий

Протокол № 3

« 24 » 11 23 г.

Председатель цикловой комиссии

 И.А.Минько

Разработчики: Дубоделова О.А. - преподаватель СПБ ГБПОУ «АУГСГиП»

Цели, основные виды практических работ обучающихся

Цели практических работ обучающихся:

- закрепление, углубление, расширение и систематизация знаний, овладение новым учебным материалом;
- формирование умений и навыков самостоятельного умственного труда;
- Формирование общих и профессиональных компетенций:
- В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания

формируемые ПК, ОК, ЛР	Умения	Знания
ОК 01 ОК 02 ОК 04 ПК 1.3 ЛР1-4, ЛР10, ЛР13-17	- применять методы математического анализа и математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения задач в профессиональной деятельности; - выбирать способы решения поставленных математических задач; - анализировать и интерпретировать полученные результаты.	- основные фундаментальные понятия математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, математического программирования для решения задач в профессиональной деятельности; - содержание утверждений и следствий из них, используемых для обоснования выбираемых математических методов решения задач в профессиональной деятельности.

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ПК 1.3 Подготавливать среды общих данных проекта в соответствии с техническим заданием

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Современный этап развития науки и техники характеризуется интенсивной математизацией всех областей науки, проникновением математических методов в исследовательскую, конструкторскую, организаторскую и производственную деятельности. Знание математики становится обязательным для всех направлений научной и практической деятельности специалиста, а математическая подготовка - неотъемлемой и очень важной составной частью профессиональной компетентности специалиста. Доктрина государственной политики в области качества высшего образования, выделяя приоритеты развития до 2025 года, указывает на приоритет повышения качества математической подготовки будущих специалистов. Таким образом, возникает необходимость обновления математического образования в учебных заведениях: внесение изменений в его организацию содержание. Один из путей обновления – строить содержание обучения математике таким образом, чтобы

раскрывалась её роль в профессиональной деятельности. Эффективным средством реализации профессиональной направленности математической подготовки обучающихся экономических специальностей является решение обучающимися профессионально-ориентированных задач.

Целью выполнения практических работ является получение умений и овладение навыками решения математических задач в области профессиональной деятельности.

Значительная часть задач направлена на глубокое усвоение основных математических понятий, а также закрепление умений и навыков решения стандартных математических задач. Данные задачи призваны сформировать у обучающихся понимание роли математики в будущей профессиональной деятельности и личностный смысл ее изучения.

Карта практической работы обучающегося

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия	Объем часов
РАЗДЕЛ 1. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности		
Тема 1.1 Решение задач на оптимизацию методами линейного программирования	Практические занятия Решение задач линейного программирования	6
Тема 1.2 Решение задач на оптимизацию методами дифференциального исчисления	Практические занятия Решение задач на оптимизацию методами дифференциального исчисления	6
Раздел 2 Основы теории вероятностей и математической статистики		
Тема 2.1 Комбинаторика	Практические занятия Решение комбинаторных задач	6
Тема 2.2 Элементы теории вероятностей	Практические занятия Решение задач на нахождение вероятности события	4
Тема 2.3 Основы математической статистики	Практические занятия Решение задач по математической статистике	2
Тема 2.4 Случайная величина, ее функция распределения	Практические занятия Решение задач с реальными дискретными случайными величинами	6
		30

Практические занятия Решение задач линейного программирования

Построить математическую модель задач линейного программирования:

1. В 1996 г. ОАО «Прицеп» производит совковые и штыковые лопаты. Для их изготовления требуется листовая металл и древесина. Для изготовления одной совковой лопаты требуется 0,04 листа металла и 0,004 м³ древесины, для изготовления одной штыковой лопаты — 0,02 листа металла и 0,004 м³ древесины. Розничная цена одной совковой лопаты 60 руб., а штыковой — 50 руб. Изучение рынка сбыта показало, что спрос на штыковые лопаты превышает спрос на совковые не более, чем на 3 тыс. штук в месяц. Кроме того, спрос на совковые лопаты не превышает 15 тыс. штук в месяц. Сколько лопат каждого вида должно изготавливать АОТ «Прицеп» в месяц, если оно располагает 300 листами металла и 60 м³ древесины и хочет получить максимальный доход от реализации своей продукции?

2. АОТ «Прицеп» выпускает 4,5-тонные прицепы и кормораздатчики «Ванюша» по цене 40,3 и 74,3 тыс. руб. соответственно. По результатам маркетинговых исследований спрос на изделия первого вида составляет не менее 1 200 ед. в год. Для производства прицепов используются сталь и чугун, запасы которых на предприятии составляют 25 000 и 4 500 т соответственно. Для изготовления 1 тыс. прицепов норма расхода стали составляет 1 615 т, а чугуна — 385 т. Для изготовления 1 тыс. кормораздатчиков расходуется: стали — 2 022 т, чугуна — 478 т. Себестоимость прицепов — 34,66, а кормораздатчиков — 63,9 тыс. руб. Найти оптимальное решение по производству прицепов и кормораздатчиков, чтобы: а) количество выпускаемых изделий было максимальным; б) выручка от выпускаемых изделий была максимальной; в) себестоимость выпускаемых изделий была минимальной.

3. Ремонтный завод «Хоперский» выпускает насосы двух типов: топливные и водяные. В комплектацию этих изделий входят четыре основных вида деталей: корпус, пластик, манжета, шестерня. Для изготовления топливного насоса требуется один корпус, четыре пластика, четыре манжеты и одна шестерня, для изготовления водяного насоса — 1, 2, 4 и 3 комплектующих деталей, соответственно. 13 От реализации одного топливного насоса завод имеет прибыль 50 руб., а от одного водяного — 200 руб. На складе завода имеется следующий запас комплектующих: корпусов — 6 шт; пластиков — 8 шт; манжет — 12 шт; шестерней — 9 шт. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход.

4. Найти значения переменных x_1 , x_2 , при которых функция $L(X) = 3x_1 + 4x_2$ принимает экстремальные значения при условии, что:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 5x_1 + 3x_2 \leq 97, \\ x_1 + 7x_2 \geq 74, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

5. Транспортная задача задана следующей транспортной таблицей:

заказы запасы		B_1	B_3	B_4
		20	25	30
A_1	24	6	4	2
A_2	28	3	5	4
A_3	23	3	6	3

Выяснить, является задача открытой или закрытой

Составить первоначальный план перевозок с помощью метода северо-западного угла

Составить первоначальный план перевозок с помощью метода наименьшей стоимости

С помощью метода потенциалов найти оптимальный план перевозок, обеспечивающий их минимальную стоимость

Найти минимальную стоимость перевозок

6. Найти оптимальное значение целевой функции при имеющихся ограничениях симплекс-методом.

$$F(x) = -11x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 9 \\ -2x_2 + 2x_4 \leq 8 \\ -x_2 - 2x_3 - x_4 \leq 15 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1, 4} \end{cases}$$

7. Определить опорный план методами северо-западного угла и наименьшей стоимости. Вычислить значение целевой функции.

Запасы на трех складах, ед.	Потребности четырех потребителей, ед.	Тарифы перевозки за единицу продукции, д.е.			
150	120	7	8	1	1
130	80	4	5	6	8
190	150	9	10	8	6
	120				

8. Решить транспортную задачу методом потенциалов и найти оптимальное значение целевой функции. Для расчета использовать первоначальный опорный план, составленный по методу северо-западного угла на основе данных предыдущей задачи.

Запасы на трех складах, ед.	Потребности четырех потребителей, ед.	Тарифы перевозки за единицу продукции, д.е.			
150	120	7	8	1	1
130	80	4	5	6	8
190	150	9	10	8	6
	120				

Практические занятия Решение задач на оптимизацию методами дифференциального исчисления

1. Найти экстремум функции

$$f(x) = x_1^3 + x_2^2 + x_3^2 + x_2x_3 - 3x_1 + 6x_2 + 2$$

2. Найти максимум функции

$$f(x) = 150x_1 + 35x_2$$

При условиях

$$150x_1 + 200x_2 \leq 200,$$

$$14x_1 + 4x_2 \geq 4,$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

3. Составить алгоритм определения минимума функции

$$f(x) = 2x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$$

Градиентным методом и найти решение при движении из точки с координатами $x_1=0,5$; $x_2=1$.

4. Составить алгоритм и найти минимум функции

$$f(x) = 2x^2 - 12x$$

методами деления отрезка пополам и золотого сечения.

5. Методом наименьших квадратов по данной табличной зависимости найти аппроксимирующую функцию в виде:

линейной функции $y = ax + b$;

степенной функции $y = \beta \cdot x^a$;

показательной функции $y = \beta \cdot e^{ax}$;

квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$

Промежуточные вычисления вести с точностью до 0,0001.

Значения a, b, c округлить до 0,01.

Построить в плоскости XOY графики полученных функций и нанести экспериментальные точки.

Сравнить полученные результаты.

Практические занятия Решение комбинаторных задач

1. Необходимо составить варианты контрольной работы, каждый из которых должен содержать три задачи. Первая задача выбирается из любого параграфа I главы сборника, вторая - из любого параграфа II главы, а третья - из любого параграфа III главы. Сколько видов контрольной работы можно составить, если I и III глава содержат два параграфа, а II глава - три параграфа?
2. Имеется 20 изделий 1-го сорта и 30 изделий 2-го сорта. Необходимо выбрать 2 изделия одного сорта. Сколькими способами можно это сделать?
3. В некоторой газете 12 страниц. Необходимо на страницах этой газеты поместить четыре фотографии. Сколькими способами можно это сделать, если ни одна страница газеты не должна содержать более одной фотографии?
4. У мальчика остались от набора для настольной игры штампы с цифрами 1, 3 и 7. Он решил с помощью этих штампов нанести на все книги пятизначные номера – составить каталог. Сколько различных пятизначных номеров может составить мальчик?
5. Телефонная книга раскрывается наудачу и выбирается случайный номер телефона, который состоит из 7 цифр. Сколько существует вариантов выбора при условии: а) все цифры номера различны; б) все цифры номера могут быть любыми из имеющихся десяти; в) четыре последние цифры телефонного номера одинаковы.
6. Сколькими способами можно расставить девять различных книг на полке, чтобы определенные четыре книги стояли рядом?
7. Имеется 10 белых и 5 черных шаров. Сколькими способами можно выбрать 7 шаров, чтобы среди них были 3 черных?
8. Десять команд участвуют в розыгрыше первенства по футболу, лучшие из которых занимают 1-е, 2-е и 3-е место. Две команды, занявшие последние места, не будут участвовать в следующем таком же первенстве. Сколько разных вариантов результата первенства может быть, если учитывать только положение первых трех и последних двух команд.
9. В технической библиотеке имеются книги по математике, физике, химии и т. д., всего по 16 разделам науки. Поступили очередные 4 заказа на литературу. Сколько существует вариантов такого заказа?
10. 7 одинаковых шариков случайным образом рассыпаются по 4 лункам (в одну лунку может поместиться любое число шаров). 25 Сколькими способами существует распределение 7 шариков по 4 лункам?
11. В седьмом классе изучаются 14 предметов. Сколькими способами можно составить расписание занятий на субботу, если в этот день недели должно быть 5 различных уроков?
12. Сколько диагоналей имеет выпуклый 15-угольник?
13. Из колоды, содержащей 52 карты, вынули 10 карт. В скольких случаях среди этих карт окажется хотя бы один туз?

Практические занятия Решение задач на нахождение вероятности события

1. Куб с окрашенными гранями распилен на $n = 1000$ кубиков одинакового размера, которые перемешаны. Извлекаются 3 кубика. Найти вероятность того, что у них будет в сумме $k = 3$ окрашенных грани.

2. В корзине 15 шаров, из них 5 – красных, 5 – синих и 5 – желтых. Достают наугад 4 шара. Какова вероятность того, что среди них 1 красный, 1 синий и 2 желтых шара?

3. В ящике десять стандартных изделий и пять бракованных. Наугад извлекают три детали. Каковы вероятности того, что среди них: а) одна бракованная, б) две бракованных, в) хотя бы одна стандартная?

4. В бункере хранятся изделия 4 сортов, причем изделий первого сорта 20 штук, изделий второго сорта 50, изделий третьего сорта 20, четвертого – 30. Для контроля наугад берут 7 изделий. Определить вероятность того, что среди них 1 изделие первого сорта, 3 – второго, 1 – третьего, 2 – четвертого.

5. На новогодней елке присутствуют 20 девочек и 10 мальчиков. За участие в конкурсе призы получают 6 человек. Какова вероятность того, что среди получивших призы будет поровну мальчиков и девочек?

6. 11 человек случайным образом садятся на десятиместную скамейку. Найти вероятность того, что три определённых лица окажутся рядом.

7. Готовясь к экзамену, студент не успел выучить 15 вопросов из 45. Какова вероятность того, что он вытащит билет, в котором не знает 1 вопрос, если всего в билете 4 вопроса?

8. В партии сотовых телефонов, состоящих из 4 неисправных и 16 исправных, для проверки выбирают три. Найти вероятность того, что только два исправны.

9. В городе находятся 15 продовольственных и 5 непродовольственных магазинов. Случайным образом для приватизации были отобраны три магазина. Найти вероятность того, что все эти магазины непродовольственные.

10. На станцию прибыли 10 вагонов разной продукции. Вагоны помечены номерами от одного до десяти. Найти вероятность того, что среди пяти выбранных для контрольного вскрытия вагонов окажутся вагоны с номерами 2 и 5?

11. На сборку поступило десять деталей, среди которых четыре бракованные. Сборщик наудачу берёт три детали. Найти вероятности событий:

А – все детали бракованные;

В – только одна деталь из трёх бракованная;

С – хотя бы одна из взятых деталей бракованная.

12. Из цифр 0, 1, 3, 5, 7 составлено пятизначное число. Найти вероятность того, что оно делится на 5.

13. Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры, но помнит, что эти цифры различны и не содержат цифры 3. Найти вероятность того, что набран правильный номер.

14. Телефонный номер состоит из 7 цифр. Найти вероятность того, что в нем все цифры различны.

Практические занятия Решение задач по математической статистике

1. Из большой группы предприятий одной из отраслей промышленности случайным образом отобрано 30, по которым получены показатели основных фондов в млн. руб.: 2; 3; 2; 4; 5; 2; 3; 3; 6; 4; 5; 4; 6; 5; 3; 4; 2; 4; 3; 3; 5; 4; 6; 4; 5; 3; 4; 3; 2; 4.

- Составить дискретное статистическое распределение выборки
- Найти объем выборки
- Составить распределение относительных частот
- Построить полигон частот
- Составить эмпирическую функцию распределения и построить ее график
- Найти несмещенные оценки числовых характеристик случайной величины

2. Выборочно обследование 30 предприятий машиностроительной промышленности по валовой продукции и получены следующие данные, в млн. руб.: 18,0; 12,0; 11,9; 1,9; 5,5; 14,6; 4,8; 5,6; 4,8; 10,9; 9,7; 7,2; 12,4; 7,6; 9,7; 11,2; 4,2; 4,9; 9,6; 3,2; 8,6; 4,6; 6,7; 8,4; 6,8; 6,9; 17,9; 9,6; 14,8; 15,8.

Составить интервальное распределение выборки с началом $x_0 = 1$ и длиной частичного интервала $h = 3$. Построить гистограмму частот.

3. Из большой партии электроламп случайным образом отобрано 100. Средняя продолжительность горения ламп в выборке оказалась равной 1000 ч. Найти с надежностью $\gamma = 0,95$ доверительный интервал для средней продолжительности a горения ламп во всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы $\sigma = 40$ ч и продолжительность горения ламп распределена по нормальному закону.

4. В задачах последующих выборочные совокупности заданы из соответствующих генеральных совокупностей.

Требуется:

- Составить интервальное распределения выборки с шагом h , взяв за начало первого интервала x_0
- Построить гистограмму частот
- Найти x_B ; DB ; σ_B ; S
- Найти с надежностью γ доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания признака X генеральной совокупности, если признак X распределен по нормальному закону и его среднее квадратическое отклонение равно σ Γ

А) Произведено выборочное обследование 25 магазинов по величине товарооборота. Получены следующие результаты (в тыс. руб.):

42,5 60,0 63,5 70,5 82,0 83,5 92,0 95,5 100,0 101,0 105,0 108,5 110,0 115,5
120,0 120,5 122,0 130,0 138,5 140,0 142,0 150,5 160,0 162,1 180,5

$\gamma = 0,96$; $\sigma_{\Gamma} = 31$; $h = 20$; $x_0 = 42,5$.

Б) Объем промышленного производства Российской Федерации за период с 1999-2000 годы составил (млрд. руб.) в месяц:

187,6 189,8 223,0 223,2 213,2 228,6 242,3 252,7 271,2 293,7 311,8 358,1
 331,7 350,8 387,5 359,2 361,1 384,5 391,6 407,7 417,6 442,7 451,9 476,2
 $\gamma = 0,98$; $\sigma_{\Gamma} = 86,63$; $h = 50$; $x_0 = 185$.

В) На предприятии было произведено выборочное обследование заработной платы рабочих и получены следующие результаты (в руб.)

1360 1550 1600 1690 1750 1750 1800 1880 1890 1920
 1950 2000 2020 2050 2050 2050 2080 2120 2150 2200
 2250 2340 2420 2450 2600
 $\gamma = 0,95$; $\sigma_{\Gamma} = 300$ руб; $h = 200$; $x_0 = 1300$.

Практические занятия Решение задач с реальными дискретными случайными величинами

1. Построить ряд распределения и функцию распределения для числа появлений гербов при однократном бросании трех монет.

2. Из урны, содержащей 4 белых и 6 черных шаров, случайным образом и без возвращения извлекается 3 шара. Случайная величина X – число белых шаров в выборке. Описать закон распределения и найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

3. Производятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Построить ряд распределения и функцию распределения $F(x)$ случайного числа испытанных приборов, если вероятность выдержать испытания для каждого из них равна 0,9.

4. Два орудия стреляют по цели. Вероятности попадания в цель при одном выстреле для них равны соответственно 0,7 и 0,8. Для случайной величины X (числа попаданий в мишень при одном залпе) составить ряд распределения, найти функцию распределения и математическое ожидание.

5. Найти дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины X , заданной законом распределения

x	4,3	5,1	10,6
p	0,2	0,3	0,5

6. Закон распределения случайной величины X задан следующей таблицей

x	1	2	3	4
p	1/16	1/4	1/2	3/16

Найти математическое ожидание, дисперсию случайной величины X и $P\{X \geq 2\}$.

7. Определить математическое ожидание числа приборов, давших отказ за время испытаний на надежность, если испытанию подвергается один прибор, а вероятность его отказа равна p .

8. Функция распределения дискретной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ 0,2 & \text{при } -1 < x \leq 0, \\ 0,5 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Описать закон распределения случайной величины X и вычислить $M[X]$, $D[X]$.

9. Функция распределения случайной величины X дискретного типа имеет следующий вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ 0,3 & \text{при } 2 < x \leq 3, \\ 0,5 & \text{при } 3 < x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Вычислить $P\{X \geq 3,5\}$ и $P\{|X| < 2,5\}$.

10. Известно, что случайная величина X , принимающая два значения $x_1 = 2$ и $x_2 = 3$, имеет математическое ожидание, равное 2,2. Построить ряд распределения случайной величины X и найти дисперсию.

11. Дан перечень возможных значений дискретной случайной величины X : $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, а также известны математические ожидания этой величины и ее квадрата $M[X] = 2,3$, $M[X^2] = 5,9$. Найти вероятности, соответствующие возможным значениям X .

12. Найти математическое ожидание числа очков при бросании одной игральной кости.

13. Написать биномиальный закон распределения вероятностей дискретной случайной величины X – числа появления герба при двух бросаниях монеты.

14. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать биномиальный закон распределения дискретной случайной величины X – числа нестандартных деталей среди четырех отобранных.

15. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени T равна 0,002. Найти вероятность того, что за время T откажут ровно три элемента.

16. Корректурa в 500 страниц содержит 500 опечаток. Найти вероятность того, что на странице не меньше трех опечаток, считая число опечаток на странице подчиняющимся закону Пуассона с параметром, равным среднему числу опечаток, приходящемуся на одну страницу.