Санкт-Петербургское государственное бюджетное
профессиональное образовательное учреждение
«Академия управления городской средой, градостроительства и печати»

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора
по учебно-производственной работе
_________ О.В. Фомичева
«___» ___________ 2023 г.

КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по текущему контролю успеваемости
и промежуточной аттестации
по учебной дисциплине
ОП.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

программы подготовки специалистов среднего звена

по специальности **09.02.06 Сетевое и системное администрирование**

Санкт-Петербург
2023 г.

Комплект контрольно-оценочных средств по учебной дисциплине разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта по специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ОП.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Комплект контрольно-оценочных средств рассмотрен на заседании методического совета СПб ГБПОУ «АУГСГиП»

Протокол № 2 от «29» 11 2023 г.

Комплект контрольно-оценочных средств одобрен на заседании цикловой комиссии информационных технологий

Протокол № 4 от «21» 11 2023 г.

Председатель цикловой комиссии: Караченцева М.С. ______________

Разработчики: преподаватели СПб ГБПОУ «АУГСГиП»

С О Д Е Р Ж А Н И Е

1. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

В результате освоения учебной дисциплины «Элементы высшей математики» обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование следующими умениями, знаниями, которые формируют общие и профессиональные компетенциями:

У1 Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
У2 Выполнять операции над множествами;
У3 Применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
У4 Решать дифференциальные уравнения;
У5 Выполнять операции над комплексными числами;
У6 Использовать математический аппарат при решении прикладных задач;
З1 Основы линейной алгебры и аналитической геометрии;
З2 Основные положения теории множеств, классов вычетов;
З3 Основные численные методы решения математических задач;
З4 Основные понятия и методы дифференциального и интегрального исчисления;
З5 Основы теории комплексных чисел;
З6 Основы теории рядов

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях.

ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

Формой ***промежуточной аттестации*** по учебной дисциплине является **экзамен.**

Текущий контроль освоения обучающимися программного материала учебной дисциплины проводится с целью объективной оценки качества освоения программы учебной дисциплины, а также стимулирования учебной работы обучающихся, мониторинга результатов образовательной деятельности, подготовки к промежуточной аттестации и обеспечения максимальной эффективности учебно-воспитательного процесса.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Таблица 1

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
Умения	
У1 Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; У2 Выполнять операции над множествами; У3 Применять методы дифференциального и интегрального исчисления; У4 Решать дифференциальные уравнения; У5 Выполнять операции над комплексными числами; У6 Использовать математический аппарат при решении прикладных задач; У7 Пользоваться пакетами прикладных программ для решения вероятностных и статических задач	Выполнение практических работ Задания для экзамена
Знания	
З1 Основы линейной алгебры и аналитической геометрии; З2 Основные положения теории множеств, классов вычетов; З3 Основные численные методы решения математических задач; З4 Основные понятия и методы дифференциального и интегрального исчисления; З5 Основы теории комплексных чисел; З6 Основы теории рядов	Устный зачет, Задания для экзамена

3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1.Текущий контроль. Задания для текущей аттестации

Проводится преподавателем на учебных занятиях согласно календарно-тематическому плану. Формы текущего контроля выбраны, исходя из методической целесообразности.

Таблица 2

Распределение контрольных точек по дисциплине

Дидактические единицы	**Проверяемые ОК, У, З**	**Формы контроля (наименование контрольной точки)**	
		Текущая аттестация	**Промежуточная аттестация**
Тема 1.1. Основы дифференциального исчисления.	У3, З3, З4, ОК 1 – ОК 3, ОК 9	Выполнение практической работы № 1. «Вычисление производных 1-ого и высших порядков» Выполнение практической работы № 2 «Геометрический смысл производной» Практическое занятие № 3. Построение графиков функций при помощи производной. «Исследование функций при помощи производной и построение эскизов графиков функций». Устный зачет	Задания для экзамена
Тема 1.2. Основы интегрального исчисления.	У4, З3, З4, ОК 1 – ОК 3, ОК 9	Выполнение практической работы № 4 «Вычисление неопределенных интегралов». Практической работы №5. «Вычисление неопределенных интегралов методом подстановки» Выполнение практической работы № 6. «Вычисление определенных интегралов». Устный зачет	
Тема 1.3. Дифференциальные уравнения	У4, З4, ОК2, ОК 1 – ОК 3, ОК 9	Выполнение Практической работы №7 «Решение дифференциальных уравнений»	
Тема 2.1. Матрицы	У1, У2, З1, З2, ОК 1 – ОК 3, ОК 9	Выполнение Практической работы № 8. «Действия над матрицами».	

Тема 2.2. Определители	У1, У2, З1, З2, З3, ОК 1 – ОК 3, ОК 9	Выполнение Практической работы № 9. «Вычисление определителей». Практической работы № 10. «Обращение матриц».	
Тема 2.3. Системы линейных уравнений	У1, У2, З1, З2, ОК 1 – ОК 3, ОК 9	Выполнение Практическое занятие № 11. «Решение систем методом Крамера» практической работы № 12. «Решение систем методом Гаусса». Практической работы № 13. «Решение систем линейных уравнений в матричном виде». Устный зачет	
Тема 3.1 Понятие функционального и степенного ряда	У6, З6, ОК 1 – ОК 3, ОК 9	Практическое занятие №14. Выполнение операций над множествами	

ЭТАЛОНЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа № 1. «Вычисление производных 1-ого и высших порядков» по теме 1.1. Основы дифференциального исчисления.

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Эталоны ответов:

Задание

1. а) $y = 3x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x}$;
   б) $y = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$;
   в) $y = (x+1)^2 \cdot \cos 5x$;
   г) $y = \mathrm{arctg}(e^{2x} + 3)$;
   д) $y = \sqrt{x + \sqrt[3]{x}}$;
   е) $y = \ln \mathrm{tg}(2x+1)$;
   ж) $y = \frac{x^3}{(x-2)^2}$;
   з) $y = 2^{3x} + 7x^7 + e^{-x^2}$;
   и) $y = 0{,}7^{\mathrm{ctg}^2 x}$;
   к) $y = x^{\arcsin x}$.

2. а) $y = 4x^7 + \frac{1}{x^2} - \sqrt{2x}$;
   б) $y = \frac{x + e^{3x+2}}{1 + \cos 3x}$;
   в) $y = (x+2) \cdot e^{-x^2}$;
   г) $y = \sin(3x^7 + 1) + 8x$;
   е) $y = x^2 \cdot \cos 7x$;
   ж) $y = \frac{x^2}{(x+1)^2}$;
   з) $y = \ln^5 \sin x$;
   и) $y = \arcsin e^{4x}$;

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ. ФОРМУЛЫ ПРОИЗВОДНЫХ.

1. $C' = 0$
2. $(кx)' = к$
3. $(кx+в)' = к$
4. $(U+V)' = U'+V'$
5. $(U-V)' = U'-V'$
6. $(UV)' = U'V+V'U$
   $(кU)' = к(U)'$
7. $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V-V'U}{V^2}$
8. $(x^n) = nx^{n-1}$
9. $(\sin x)' = \cos x$
10. $(\cos x)' = -\sin x$
12. $(\mathrm{ctg}x)' = -\frac{1}{\sin^2 X}$
13. $(\log_a x)' = \frac{1}{X \ln A}$
14. $(\ln x)' = \frac{1}{X}$
15. $(\lg x)' = \frac{1}{X \ln 10}$
16. $(e^x) = e^x$
17. $(a^x)' = a^x \ln a$
18. $(\mathrm{arctg}x)' = \frac{1}{1+x^2}$
19. $(\mathrm{arcctg}x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
20. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

11. $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ 21. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Правила дифференцирования.

Производная суммы и разности.

Пусть даны функции f(x) и g(x), производные которых нам известны. Тогда можно найти производную суммы и разности этих функций: $\mathbf{(f + g)' = f' + g'}$
$\mathbf{(f - g)' = f' - g'}$

Итак, производная суммы (разности) двух функций равна сумме (разности) производных. Слагаемых может быть больше. Например, $\mathbf{(f + g + h)' = f' + g' + h'}$. Строго говоря, в алгебре не существует понятия «вычитание». Поэтому разность f − g можно переписать как сумму f + (−1) · g, и тогда останется лишь одна формула — производная суммы.

Примеры. Найти производные функций: $f(x) = x^2 + \sin x$; $g(x) = x^4 + 2x^2 - 3$.

Решение.

1. Функция f(x) — это сумма двух элементарных функций, поэтому: $f'(x) = (x^2 + \sin x)' = (x^2)' + (\sin x)' = 2x + \cos x$;

2. Аналогично рассуждаем для функции g(x). Только там уже три слагаемых (с точки зрения алгебры): $g'(x) = (x^4 + 2x^2 - 3)' = (x^4 + 2x^2 + (-3))' = (x^4)' + (2x^2)' + (-3)' = 4x^3 + 4x + 0 = 4x \cdot (x^2 + 1)$.

Производная произведения.

$\mathbf{(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'}$

Формула несложная, но ее часто забывают. И не только школьники, но и студенты. Результат — неправильно решенные задачи.

Примеры. Найти производные функций: $f(x) = x^3 \cdot \cos x$; $g(x) = (x^2 + 7x - 7) \cdot e^x$.

Решение.

1. Функция f(x) представляет собой произведение двух элементарных функций, поэтому: $f'(x) = (x^3 \cdot \cos x)' = (x^3)' \cdot \cos x + x^3 \cdot (\cos x)' = 3x^2 \cdot \cos x + x^3 \cdot (-\sin x) = x^2 \cdot (3\cos x - x \cdot \sin x)$

2.У функции g(x) первый множитель сложней, но общая схема от этого не меняется. Очевидно, первый множитель функции g(x) представляет собой многочлен, и его производная — это производная суммы. Имеем:

$g'(x) = ((x^2 + 7x - 7) \cdot e^x)' = (x^2 + 7x - 7)' \cdot e^x + (x^2 + 7x - 7) \cdot (e^x)' = (2x + 7) \cdot e^x + (x^2 + 7x - 7) \cdot e^x = e^x \cdot (2x + 7 + x^2 + 7x - 7) = (x^2 + 9x) \cdot e^x = x(x + 9) \cdot e^x$.

Обратите внимание, что на последнем шаге производная раскладывается на множители. Формально этого делать не нужно, однако большинство производных вычисляются не сами по себе, а чтобы исследовать функцию. А значит, дальше производная будет приравниваться к нулю, будут выясняться ее знаки и так далее. Для такого дела лучше иметь выражение, разложенное на множители.

Производная частного.

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Примеры. Найти производные функций:

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}; \quad g(x) = \frac{x^2}{e^x}$$

Решение.

1.В числителе и знаменателе каждой дроби стоят элементарные функции, поэтому все, что нам нужно — это формула производной частного:

$$f'(x) = \left(\frac{\sin x}{x}\right)' = \frac{(\sin x)' \cdot x - \sin x \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos x - \sin x}{x^2}$$

2. $$g'(x) = \left(\frac{x^2}{e^x}\right)' = \frac{(x^2)'e^x - x^2(e^x)'}{(e^x)^2} = \frac{2xe^x - x^2e^x}{(e^x)^2}$$

По традиции, разложим числитель на множители — это значительно упростит ответ:

$$g'(x) = \frac{2xe^x - x^2e^x}{(e^x)^2} = \frac{xe^x(2-x)}{(e^x)^2} = \frac{x(2-x)}{e^x}$$

2.Производная сложной функции.

Сложная функция — это не обязательно формула длиной в полкилометра. Например, достаточно взять функцию f(x) = sin x и заменить переменную x, скажем, на $x^2 + \ln x$. Получится $f(x) = \sin(x^2 + \ln x)$ — это и есть сложная функция. У нее тоже есть производная, однако найти ее по правилам, рассмотренным выше, не получится. Как быть? В таких случаях помогает замена переменной и формула производной сложной функции: **$f'(x) = f'(t) \cdot t'$, если x заменяется на t(x).**

Как правило, с пониманием этой формулы дело обстоит еще более печально, чем с производной частного. Поэтому ее тоже лучше объяснить на конкретных примерах, с подробным описанием каждого шага.

Примеры. Найти производные функций: $f(x) = e^{2x+3}$; $g(x) = \sin(x^2 + \ln x)$

Решение.

1.Заметим, что если в функции f(x) вместо выражения 2x + 3 будет просто x, то получится элементарная функция $f(x) = e^x$. Поэтому делаем замену: пусть $2x + 3 = t$, $f(x) = f(t) = e^t$. Ищем производную сложной функции по формуле: $f'(x) = f'(t) \cdot t' = (e^t)' \cdot t' = e^t \cdot t'$.А теперь — внимание! Выполняем обратную замену: $t = 2x + 3$. Получим:

$f'(x) = e^t \cdot t' = e^{2x+3} \cdot (2x + 3)' = e^{2x+3} \cdot 2 = 2 \cdot e^{2x+3}$

2.Теперь разберемся с функцией g(x). Очевидно, надо заменить $x^2 + \ln x = t$. Имеем: $g'(x) = g'(t) \cdot t' = (\sin t)' \cdot t' = \cos t \cdot t'$.Обратная замена: $t = x^2 + \ln x$. Тогда: $g'(x) = \cos(x^2 + \ln x) \cdot (x^2 + \ln x)' = \cos(x^2 + \ln x) \cdot (2x + 1/x)$.

Таким образом, вычисление производной сводится к избавлению от этих самых штрихов по правилам, рассмотренным выше. В качестве последнего примера вернемся к производной степени с рациональным показателем:

$$\mathbf{(x^n)' = n \cdot x^{n-1}}$$

Немногие знают, что в роли n вполне может выступать дробное число. Например, корень — это $x^{0,5}$. А что, если под корнем будет стоять что-нибудь навороченное? Снова получится сложная функция — такие конструкции любят давать на контрольных работах и экзаменах.

Примеры. Найти производную функции:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 8x - 7}$$

Решение. Для начала перепишем корень в виде степени с рациональным показателем: $f(x) = (x^2 + 8x - 7)^{0,5}$. Теперь делаем замену: пусть $x^2 + 8x - 7 = t$. Находим производную по формуле: $f'(x) = f'(t) \cdot t' = (t^{0,5})' \cdot t' = 0,5 \cdot t^{-0,5} \cdot t'$.

Делаем обратную замену: $t = x^2 + 8x - 7$. Имеем:

Практическая работа №2 «Геометрический смысл производной» по теме 1.1. Основы дифференциального исчисления.

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Задание.

1.Составить уравнение касательной:

$y = x^2 - 4x$, $x_0 = 2$.

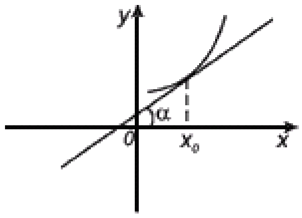
2. Составить уравнение нормали: $y = x^2 - 6x$, $x_0 = 0$.

3.Какой угол: острый или тупой образует с положительным направлением оси x касательная к графику функции $y = x + \frac{1}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

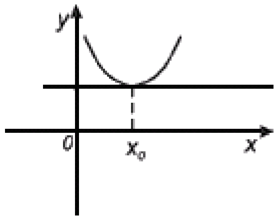
Эталоны ответов:

1. Геометрический смысл производной.

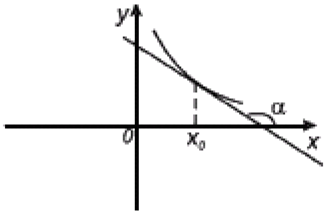
Значение производной в точке x_0 равно угловому коэффициенту касательной к графику



$f'(x_0) = tg\alpha > 0$



$f'(x_0) = tg\alpha = 0$



$f'(x_0) = tg\alpha < 0$

функции *y* = *f*(*x*) в этой точке: к = $y'(x_0)$.

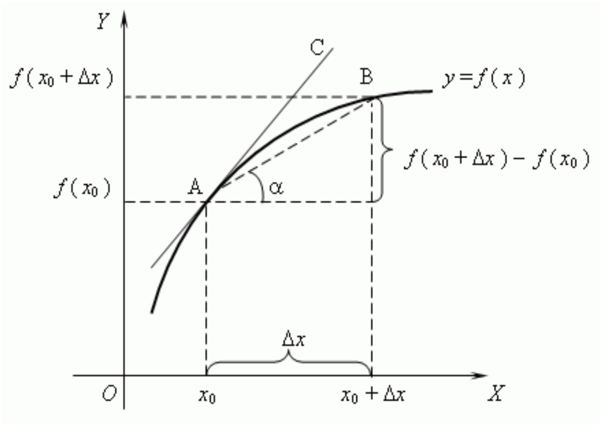


Рис. 1

Видим, что для любых двух точек *A* и *B* графика функции:

$\frac{f(x0+\Delta x) - f(x0)}{\Delta x} = tg\alpha$, где α - угол наклона секущей *AB*.

Таким образом, разностное отношение равно угловому коэффициенту секущей. Если зафиксировать точку *A* и двигать по направлению к ней точку *B*, то Δx неограниченно уменьшается и приближается к 0, а секущая *AB* приближается к касательной *AC*. Следовательно, предел разностного отношения равен угловому коэффициенту касательной в точке *A*.

Отсюда следует: **Значение производной функции в точке есть угловой коэффициент касательной к графику этой функции в этой точке.**

Справочный материал.

Геометрический смысл производной.

$к = tg\alpha = f'(x_0)$

Уравнение касательной

$y-y_0 = f'(x_0)(x-x_0)$

Уравнение нормали

$y-y_0 = -\frac{1}{f'(x0)}(x-x_0)$

Условия:

параллельности прямых: $к_1 = к_2$ перпендикулярности прямых: $к_1 к_2 = -1$

Пример 1. На параболе $y = x^2 - 2x - 8$ найти точку М, в которой касательная к ней параллельна прямой $4x + y + 4 = 0$.

Решение. Определим угловой коэффициент касательной к параболе

$y = x^2 - 2x - 8$: $k = y' = (x^2 - 2x - 8)' = 2x - 2$.

Найдем угловой коэффициент прямой $4x + y + 4 = 0$: $y = -4x - 4$, $k = -4$. Касательная к параболе и данная прямая, по условию, параллельны. Следовательно, их угловые коэффициенты равны, т.е. $2x - 2 = -4$; $x = -1$ – абсцисса точки касания. Ординату точки касания М вычислим из уравнения данной параболы $y = x^2 - 2x - 8$, то есть $y(-1) = (-1)^2 - 2(-1) - 8 = -5$, M(-1;-5).

Ответ: M(-1;-5).

Пример 2. Составить уравнение касательной к графику функции $y=x+e^{-2x}$, параллельной прямой $y = -x$.

Решение. Угловой коэффициент касательной равен значению производной в точке касания x_0. Так как касательная параллельна прямой $y = -x$, значит угловой коэффициент равен –1.Таким образом, $f'(x_0) = -1$.

Найдём производную функции: $f' = 1 - 2e^{-2x}$

Прировняем производную к -1: $1 - 2e^{-2x} = -1$

$$2e^{-2x} = 2$$

$$e^{-2x} = 1$$

$$x = 0$$

Уравнение касательной: $y = y(x_0) + y^/(x_0)(x – x_0)$

Уравнение касательной: y =1-1(x-0) = 1-x

Ответ: y = 1-x.

Пример 3. Для параболы $y = x^2 – 4x$ написать уравнение касательной в точке с абсциссой, равной 1.

Решение. Уравнение касательной имеет вид $y = y(x_0) + y^/(x_0)(x – x_0)$.

1.Найдём производную функции: $y^/ = 2x – 4$

2. Найдём значение производной в точке $x_0 = 1$: $y^/(1) = 2\cdot 1 - 4 = -2$

3. Найдём значение функции в точке $x_0 = 1$: y(1) = 1 – 4 = -3

4. Подставим полученные числа в формулу касательной:

y = -3 + (-2)(x – 1)

y = -3 – 2x + 2

y = -2x – 1

Ответ: уравнение касательной имеет вид y = -2x – 1

Практическая работа № 3. «Исследование функций при помощи производной и построение графиков функций» по теме 1.1. «Основы дифференциального исчисления».

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Задача.

№ варианта	Задание: Построить графики функций	№ варианта	Задание: Построить графики функций
1	$y = \frac{x^3}{x^4 - 1}$	2	$y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

3	$y = \dfrac{x}{x^2 - 4}$	4	$y = \dfrac{x^3}{x^2 - 4}$
5	$y = \dfrac{x^4 + 1}{x^3}$	6	$y = \dfrac{x}{x^2 + 1}$
7	$y = \dfrac{x^3}{x^3 + 1}$	8	$y = \dfrac{x}{(x-2)^2}$
9	$y = \dfrac{x^2}{x^3 - 1}$	10	$y = \dfrac{x^3}{x^2 + 1}$
11	$y = \dfrac{x}{2 - x^3}$	12	$y = x^2 + \dfrac{2}{x}$
13	$y = \dfrac{2x^2 + 3x - 5}{x - 4}$	14	$y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$
15	$y = \dfrac{x + x^2}{(x-1)^2}$	16	$y = \dfrac{2x - 1}{x^2}$
17	$y = \dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 9}$	18	$y = \dfrac{x^2}{x^2 + 3}$
19	$y = \dfrac{x^3}{x^2 + 3}$	20	$y = \dfrac{x^2 + 8}{(x+2)^2}$
21	$y = \dfrac{x^3}{(x+1)^2}$	22	$y = \dfrac{x^4}{x^3 + 1}$
23	$y = \dfrac{2x^2 - 1}{x^4}$	24	$y = \dfrac{4x}{x^2 + 4}$
25	$y = \dfrac{x^3}{(x-1)^2}$	26	$y = \dfrac{8x - 2x^2}{(x-2)^2}$
27	$y = \dfrac{2x - 1}{x^2}$	28	$y = \dfrac{x^2}{x^2 - 4}$
29	$y = \dfrac{x^3 + 1}{x^2}$	30	$y = \dfrac{x^3 - 4}{x^2}$

Эталоны ответов:

Пример: Построить график функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$.

1. Функция определена на всей числовой прямой, т.е. $D(y) = R$.

2. Данная функция не является ни четной, ни нечетной.

3. Найдем точку пересечения графика с осью Оу: полагая $x = 0$,получим $y = -3$. Точки пересечения графика с осью Ох в данном случае найти затруднительно.

4. Очевидно, что график функции не имеет асимптот.

5. Найдем производную: $y' = 3x^2 - 12x + 9$

$3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x = 1$ и $x = 3$

В промежутках $-\infty < x < 1$ и $3 < x < \infty$ $y' > 0$, т.е. функция возрастает,

а в промежутке $1 < x < 3$ $y' < 0$, т.е. функция убывает. При переходе

через точку $x = 1$ производная меняет знак с плюса на минус, а при переходе

через точку $x = 3$ — с минуса на плюс. Значит, $y_{max} = y(1) = 1$,

$y_{min} = y(3) = -3$.

6. Найдем вторую производную: $y'' = 6x - 12$; $6x - 12 = 0$, $x = 2$.Точка

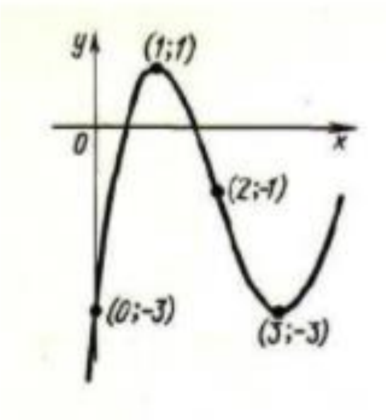
$x = 2$ делит область определения функции на два промежутка $-\infty < x < 2$ и

$2 < x < +\infty$. В первом из них $y'' < 0$, а во втором $y'' > 0$, т.е. в

промежутке $-\infty < x < 2$ кривая выпукла вверх, а в промежутке $2 < x < +\infty$

выпукла вниз. Таким образом, получаем точку перегиба$(2;-1)$.

7. Используя полученные данные, строим искомый график.



<u>Устный зачет по теме 1.1. Основы дифференциального исчисления.</u>

Инструкция для обучающихся:

Выполнение задания: Зачет проводится в рамках учебного занятия. Каждый студент отвечает на 1 вопрос по выбору преподавателя. С перечнем вопросов студенты ознакомлены заранее. Время ответа 3 минуты.

Вопросы к устному зачету:

1. Геометрический смысл производной;
2. Сумма производных;
3. Основные теоремы дифференциального исчисления.
4. Определение производной.
5. Производная сложной функции.
6. Вторая производная функции.
7. Дифференциал функции.

Эталоны ответов: приведены в Учебном пособии по дисциплине «Математика»

Практическая работа № 4. «Вычисление неопределенных интегралов»
по теме 1.2. Основы интегрального исчисления.

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Задача 1.

1. $\int 4(x^2 - x + 3)\,dx$
2. $\int 2(3x-1)^2\,dx$
3. $\int \frac{x^3+3x^2+4x}{x}\,dx$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$
5. $\int \left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 5\right)dx$
6. $\int 3(2x^2-1)^2\,dx$
7. $\int \frac{2x^3+5x^2+4}{5x}\,dx$
8. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{x^2}}$
9. $\int \left(x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}}\right)dx$
10. $\int x^4(x^2-1)^2\,dx$
11. $\int \frac{5x^3+6x^2-x}{2x}\,dx$
12. $\int \frac{3dx}{4\sqrt[5]{x^2}}$

Эталоны ответов:

Справочный материал.

1. $\int X^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
2. $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln x + c$
3. $\int (kx+b)\,dx = \frac{1}{k}\ln(kx+b) + c$
4. $\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
5. $\int e^x\,dx = e^x + c$
6. $\int \sin x\,dx = -\cos x + c$
7. $\int \cos x\,dx = \sin x + c$
8. $\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\mathrm{ctg}\,x + c$
9. $\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \mathrm{tg}\,x + c$
10.
11. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + c$
12. $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|f(x)| + c$
13. $\int e^{kx}\,dx = \frac{1}{k}e^{kx} + c$
14. $\int \sin kx\,dx = -\frac{1}{k}\cos kx + c$
15. $\int \cos kx\,dx = \frac{1}{k}\sin kx + c$
16. $\int \frac{1}{x^2+a^2}\,dx = \frac{1}{a}\mathrm{arctg}\frac{x}{a} + c$
17. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx = \arcsin\frac{x}{a} + c$
18. $\int \frac{1}{a^2-x^2}\,dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + c$

10. $\int \frac{1}{x^2+1}\,dx = \mathrm{arctg}x + c$

1.Вычисление неопределённых интегралов.

Примеры. Найти интегралы:

1. $\int (3x^2 + 4x - 6)\,dx = x^3 + 2x^2 - 6x + C$

2. $\int\left(\frac{3}{2}x^2 + 6x - \frac{1}{5}\right)dx$; 3. $\int\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{x\sqrt[4]{x}} + \frac{5}{x^2}\right)dx$; 4. $\int\frac{5x^3+2x-3}{2x\sqrt{x}}\,dx$.

Решение.

2. $$\int\left(\frac{3}{2}x^2 + 6x - \frac{1}{5}\right)dx = \int\frac{3}{2}x^2dx + \int 6x\,dx - \int\frac{1}{5}\,dx =$$

$$= \frac{3}{2}\int x^2dx + 6\int x\,dx - \frac{1}{5}\int dx = \frac{3}{2}\frac{x^3}{3} + 6\frac{x^2}{2} - \frac{1}{5}x + C = \frac{x^3}{2} + 3x^2 - \frac{x}{5} + C.$$

3. $$\int\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{x\sqrt[4]{x}} + \frac{5}{x^2}\right)dx = \int\left(2x^{-\frac{2}{3}} + x^{-\frac{5}{4}} + 5x^{-2}\right)dx =$$

$$= 2\int x^{-\frac{2}{3}}dx + \int x^{-\frac{5}{4}}dx + 5\int x^{-2}dx = 2\frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} + \frac{x^{-\frac{1}{4}}}{-\frac{1}{4}} + 5\frac{x^{-1}}{-1} + C = 6\sqrt[3]{x} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} - \frac{5}{x} + C.$$

4. Предварительно числитель подынтегральной функции почленно разделим на знаменатель, затем последовательно применим формулы:

$$\int\frac{5x^3+2x-3}{2x\sqrt{x}}\,dx = \int\left(\frac{5}{2}x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{3}{2x\sqrt{x}}\right)dx = \frac{5}{2}\int x^{\frac{3}{2}}dx + \int x^{-\frac{1}{2}}dx - \frac{3}{2}\int x^{-\frac{3}{2}}dx =$$

$$= \frac{5}{2}\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C = \frac{x^3+2x+3}{\sqrt{x}} + C.$$

5. $$\int\left(-\frac{5}{x^3}\right)dx = -5\int x^{-3}dx = -5\frac{x^{-3+1}}{-3+1} + C = -5\frac{x^{-2}}{-2} + C = \frac{5}{2x^2} + C;$$

6. $$\int\frac{2dx}{3x\sqrt{x}} = \frac{2}{3}\int x^{-\frac{3}{2}}dx = \frac{2}{3}\frac{x^{-\frac{3}{2}+1}}{-\frac{3}{2}+1} + C = \frac{2}{3}\frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C = \frac{4}{-3\sqrt{x}} + C;$$

6. $$\int\frac{3dx}{4} = \frac{3}{4}\int 1dx = \frac{3}{4}\int x^0dx = \frac{3}{4}\frac{x^{0+1}}{0+1} + C = \frac{3}{4}x + C;$$

Практическая работа №5 «Вычисление неопределенных интегралов методом подстановки» по теме 1.2. «Основы интегрального исчисления».

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Задание:

1. $\int \cos 5x dx$
2. $\int (3x+2)^5\, dx$
3. $\int (2x^5+1)^7\, x^4\, dx$
4. $\int \frac{x\, dx}{(x^2+1)^4}$
5. $\int \sqrt[4]{(3x+1)^3}\, dx$
6. $\int \frac{3x^2\, dx}{(1-2x^3)^6}$
7. $\int (2x-5)^4\, dx$
8. $\int (3x^4+8)^4\, x^3\, dx$
9. $\int \frac{x^2\, dx}{(x^3-2)^4}$
10. $\int \sqrt[3]{(2x-3)^4}\, dx$
11. $\int \frac{5x^2\, dx}{(2-3x^3)^5}$

Эталоны ответов:

Метод подстановки.

Всякая формула интегрирования сохраняет вид при подстановке вместо независимой переменной любой дифференцируемой функции от неё, т. е. если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то и $\int f(u)du = F(u) + C$, где $u = \varphi(x)$ – любая дифференцируемая функция от x.

Это правило очень важно. Основная таблица интегралов в силу этого правила оказывается справедливой независимо от того, является ли переменная интегрирования независимой переменной или любой дифференцируемой функцией её. Покажем на примерах как пользоваться этим методом.

Примеры:

1. $$\int \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{5}} = \left| \begin{array}{l} \frac{x}{5} = t \\ \frac{dx}{5} = dt \\ dx = 5dt \end{array} \right| = 5\int \frac{dt}{\cos^2 t} = 5tgt + C = 5tg\frac{x}{5} + C \cdot$$

2. $$\int e^{-7x}dx = \left| \begin{array}{l} t = -7x \\ dx = -7dx \\ dx = -\frac{dt}{7} \end{array} \right| = \int e^t\left(-\frac{dt}{7}\right) = -\frac{1}{7}\int e^t dt = -\frac{1}{7}e^t + C = -\frac{1}{7}e^{-7x} + C \cdot$$

3. $\int (x+1)^{11}dx = \begin{vmatrix} t = x+1 \\ dt = dx \end{vmatrix} = \int t^{11}dt = \frac{t^{12}}{12} + C = \frac{(x+1)^{12}}{12} + C$

4. $\int \cos(2-x)dx = \begin{vmatrix} t = 2-x \\ dt = -dx \\ dx = -dt \end{vmatrix} = \int \cos(-dt) = -\int \cos t dt = -\sin t + C = -\sin(2-x) + C$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+2}} = \begin{vmatrix} t = 3x+2 \\ dt = 3dx \\ dx = \frac{dt}{3} \end{vmatrix} = \int \frac{dt}{3\sqrt[3]{t}} = \frac{1}{3}\int t^{-\frac{1}{3}}dt = \frac{1}{3}\frac{t^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + C = \frac{1}{2}\sqrt[3]{t^2} + C = \frac{\sqrt[3]{(3x+2)^2}}{2} + C$

6. $\int e^{x^2} 2xdx = \begin{vmatrix} t = x^2 \\ dt = 2xdx \end{vmatrix} = \int e^t dt = e^t + C = e^{x^2} + C$

7. $\int \frac{(2x+3)dx}{x^2+3x+1} = \begin{vmatrix} t = x^2+3x+1 \\ dt = (2x+3)dx \end{vmatrix} = \int \frac{dt}{t} = \ln t + C = \ln(x^2+3x+1) + C$

8. $\int x\sqrt{x^2+1}dx = \begin{vmatrix} t = x^2+1 \\ dt = 2xdx \\ xdx = \frac{dt}{2} \end{vmatrix} = \int \sqrt{t}\frac{dt}{2} = \frac{1}{2}\int t^{\frac{1}{2}}dt = \frac{1}{2}\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1} + C$

Практическая работа №6 «Вычисление определенных интегралов» по теме 1.2. «Основы интегрального исчисления».

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Задание:

Вычислить интегралы непосредственным интегрированием:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x}$$

$$\int_0^1 (x^3 + 2x - 3)\,dx$$

$$\int_{-2}^3 (3x^2 + 6x - 2)\,dx$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x)\,dx$$

Вычислить интегралы непосредственным интегрированием:

$$\int_1^2 e^x\,dx$$

$$\int_{-1} (x^3 - 3x^2 + 2)\,dx$$

$$\int_1^3 (x^2 - 16x + 3)\,dx$$

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x\,dx$$

Методом замены переменной

$$\int_0^3 \sqrt[3]{3x-1}\,dx$$

$$\int_2^3 (2x-1)^3\,dx$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{5x-1}}$$

$$\int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{2}} \frac{x\,dx}{\sqrt{3x^2+1}}$$

Методом замены переменной

$$\int_{-2}^5 \sqrt{(2x-1)^3}\,dx$$

$$\int_0^1 (2x^3+1)^4\,x^2dx$$

$$\int_{-2}^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+3)^2}}$$

$$\int_1^2 \frac{32x\,dx}{(x^2+1)^5}$$

Эталоны ответов:

Свойства определённого интеграла.

1.Определенный интеграл от алгебраической суммы конечного числа функций равен алгебраической сумме определенных интегралов от слагаемых функций:

$$\int_a^b (f_1(x)\pm f_2(x))dx = \int_a^b f_1(x)dx \pm \int_a^b f_2(x)dx.$$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак определенного интеграла:

$$\int_a^b k\,f(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$$

3.При перестановке пределов интегрирования определенный интеграл меняет знак на противоположный:

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

4.Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен нулю:

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

5.Отрезок интегрирования можно разбивать на части:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Для вычисления определенного интеграла от функции f(x), в том случае если можно найти соответствующую первообразную F(x), служит формула Ньютона-Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

т.е. определенный интеграл равен разности значений первообразной при верхнем и нижнем пределах интегрирования.

Примеры: Вычислить определенные интегралы.

$$1.\int_{-1}^{0}(3x^2+1)dx = (x^3+x)\Big|_{-1}^{0} = 0-(-1-1) = 2$$

$$2.\int_1^2 \frac{3dx}{x} = 3\ln x\Big|_1^2 = 3(\ln 2 - \ln 1) = 3\ln 2$$

$$3.\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2dt}{\cos^2 t} = 2tgt\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 2(tg\frac{\pi}{4} - tg0) = 2$$

<u>Устный зачет по теме 1.2. Основы интегрального исчисления.</u>

Инструкция для обучающихся:

Выполнение задания: Зачет проводится в рамках учебного занятия. Каждый студент отвечает на 1 вопрос по выбору преподавателя. С перечнем вопросов студенты ознакомлены заранее. Время ответа 3 минуты.

Вопросы к устному зачету:

1. Неопределенный интеграл;
2. Метод непосредственного интегрирования;
3. Метод замены переменных.
4. Свойства неопределенного интеграла.
5. Формула Ньютона-Лейбница;
6. Свойства определенного интеграла;

Эталоны ответов: приведены в Учебном пособии по дисциплине «Математика»

<u>Практическая работа №7 «Решение дифференциальных уравнений»</u>

<u>по теме 1.3 «Дифференциальные уравнения».</u>

Задание: Решить дифференциальные уравнения.

1. $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$.
2. $2x\sqrt{1-y^2} \cdot dx + y \cdot dy = 0$.
3. $6xdx - 6ydy = 2x^2ydy - 3xy^2dx$.
4. $x \cdot (1+y^2) + y \cdot y' \cdot (1+x^2) = 0$.
5. $\sqrt{3+y^2} \cdot dx - y \cdot dy = x^2 \cdot y \cdot dy$.
6. $(y^2 + x \cdot y^2) + (x^2 - y \cdot x^2) \cdot y' = 0$.
7. $(e^{3x} + 7) \cdot dy + y \cdot e^{3x} \cdot dx = 0$.
8. $y' \cdot y \cdot \sqrt{\dfrac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$.
9. $6xdx - 6ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$.
10. $y' = e^{x-y}$.
11. $y(4+e^x)dy - e^xdx = 0$.
12. $\sqrt{4-x^2} \cdot y' + xy^2 + x = 0$.

Эталоны ответов:

Определение 1. Дифференциальным уравнением с разделенными переменными называется уравнение вида: p (y)dy = q (x)dx ,

в котором левая часть зависит только от одной переменной, а

правая – только от другой.

Решаются дифференциальные уравнения с разделенными переменными интегрированием обеих частей:

$\int$ p (y)dy = $\int$q (x)dx (2.2.)

Здесь под интегралами понимаются соответствующие первообразные.

Пример 1 Найти решение дифференциального уравнения

$dy - dx = 0$

Решение: Перенесем слагаемое

из левой части в правую, получим дифференциальное уравнение:

$dy = dx$,

которое является уравнением с разделенными переменными.

Интегрируя обе части последнего уравнения, будем иметь

$\int dy = \int dx$, $y = x + C$

Практическая работа *№8* «Действия над матрицами»

по теме 2.1. Матрицы.

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Задача.

Выполнив действия над матрицами, найти матрицу К.

Варианты:

1) $K = 3AB - 2CD$,

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -1 & -3 & 4\\ 2 & 5 & -6\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 6 & -7\\ 2 & 0 & -1 & -3\\ 0 & 2 & 4 & 5\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & 0\\ 1 & 4\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 0\\ 0 & 2 & 3 & 5\end{pmatrix};$$

2) $K = 4AB + 6CD$,

$$A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & 0\\ 1 & 4\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 0\\ 0 & 2 & 3 & 5\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1 & 3 & -2\\ 0 & -5 & 4\\ 3 & 0 & -2\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}5 & 2 & 0 & -2\\ 1 & 0 & 3 & -3\\ 2 & 4 & 6 & -7\end{pmatrix};$$

3) $K = 2AB - 4CD$,

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3 & -4 & 0\\ 4 & 0 & -5 & 6\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3 & 5 & 1\\ 0 & 3 & 5\\ 1 & 4 & -3\\ 2 & 3 & 0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}2 & -3 & 4\\ -6 & 0 & 1\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}3 & 1 & 4\\ 0 & 2 & -1\\ -1 & 5 & 2\end{pmatrix};$$

4) $K = 4AB + 6CD$,

$$A=\begin{pmatrix}2 & -4\\ 1 & 3\\ 5 & -2\\ 6 & 0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3 & 1 & 2 & 4 & 0\\ 0 & 1 & 3 & 5 & -4\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 2 & 1 & 3\\ 2 & 4 & 0\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2 & 4 & -2\\ 2 & 1 & -3 & 5 & 0\\ -3 & 4 & 0 & 1 & 2\end{pmatrix};$$

5) $K = 5AB + 2CD$,

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 2\\ -3 & 0 & 4\\ 2 & 4 & 5\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3 & 0 & 3 & 1\\ 1 & 2 & 0 & 11\\ 0 & 1 & 2 & -1\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1 & -5\\ -3 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}1 & -5 & 0 & -1\\ 2 & 0 & 4 & 1\end{pmatrix};$$

6) $K = 5AB - 2CD$,

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -1 & -3 & 4\\ 2 & 5 & -6\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 6 & -7\\ 2 & 0 & -1 & -3\\ 0 & 2 & 4 & 5\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1 & 3 & -2\\ 0 & -5 & 4\\ 3 & 0 & -2\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}5 & 2 & 0 & -2\\ 1 & 0 & 3 & -3\\ 2 & 4 & 6 & -7\end{pmatrix};$$

7) $K = 4AB - 3CD$,

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3 & -4 & 0\\ 1 & -2 & 6 & 1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3 & -2 & -1\\ 0 & 1 & 4\\ 2 & 5 & 3\\ 2 & 1 & 4\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}2 & 1 & -4\\ -2 & 4 & 3\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}3 & 1 & -2\\ 0 & 5 & 5\\ 1 & 4 & 0\end{pmatrix};$$

8) $K = 3AB - 4CD$,

Эталоны ответов:

1.Произведением матрицы А на число λ называется матрица В = λА, элементы которой получены умножением: $в_{ij} = \lambda a_{ij}$.

Пример: A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 8 & -9 & 3 \\ 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$,   2A = $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 18 \\ 16 & -18 & 6 \\ 8 & 12 & -4 \end{pmatrix}$

2. Суммой двух матриц A и B одинакового размера $m\times n$ называется матрица C = A + B, элементы которой получаются сложением:

Пример: A = $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -23 & 5 \end{pmatrix}$, следовательно A+B = $\begin{pmatrix} 4 & -11 \\ -20 & 13 \end{pmatrix}$

3.Разность двух матриц A и B одинакового размера определяется через операции сложения и умножения на число: C = A + (-1)B.

Пример: A = $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -23 & 5 \end{pmatrix}$, следовательно C = $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 26 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Умножение матрицы A на матрицу B возможно, когда число столбцов первой равно числу строк второй (матрицы согласованы).

Произведением матриц AB называется матрица C, для которой:

$C_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + \ldots\ldots + a_{in} \cdot b_{nj}$

Пример: 1.A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$. Найти A· B и B· A.

AB = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+8 & -3+2 \\ 10+0 & -15+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -1 \\ 10 & -15 \end{pmatrix}$

$$A * B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$=$$

$$= \begin{pmatrix} 1*5+4*4+3*2 & 1*2+4*3+3*1 & 1*1+4*2+3*5 \\ 2*5+1*4+5*2 & 2*2+1*3+5*1 & 2*1+1*2+5*5 \\ 3*5+2*4+1*2 & 2*3+2*3+1*1 & 3*1+2*2+1*5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 27 & 17 & 24 \\ 24 & 12 & 29 \\ 25 & 13 & 12 \end{pmatrix}$$

$$B * A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5*1+2*2+1*2 & 5*4+3*1+1*2 & 5*3+2*5+1*1 \\ 4*1+3*2+2*3 & 4*4+2*1+2*2 & 4*3+3*5+2*1 \\ 2*1+1*2+5*3 & 2*4+1*1+5*2 & 2*3+1*5+5*1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 11 & 24 & 26 \\ 16 & 23 & 29 \\ 19 & 19 & 16 \end{pmatrix}$$

<u>Практическая работа № 9</u>

<u>«Вычисление определителей» по теме 2.2. «Определители»</u>

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Задача. ***Вычислить определители:***

1)Вычислить определители второго порядка

1)$\Delta=\begin{vmatrix} -k_1 & 2+k_2 \\ k_1 \cdot k_2 & 5 \end{vmatrix}$ 2)$\Delta=\begin{vmatrix} \frac{k_1}{3} & 5^2 \\ 3 \cdot k_2 & 6 \end{vmatrix}$ 3) $\Delta=\begin{vmatrix} 9^{0,5} & k_1 \cdot 64^{\frac{1}{6}} \\ (0,5)^{-3} & \sqrt{4^2} \end{vmatrix}$

2)Вычислить определители третьего порядка

1) $\Delta=\begin{vmatrix} -1 & 3k_1 & 2 \\ 2 & 8 & k_2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ 2) $\Delta=\begin{vmatrix} 3k_1 & 4 & -5 \\ 8 & 7k_2-2 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$ 3) $\Delta=\begin{vmatrix} 1 & -2 & k_1.k_2 \\ 3 & k_1 & -5 \\ 2 & k_2 & 5 \end{vmatrix}$

3)Для матрицы $\begin{pmatrix} 3k_1 & 4 & -5 \\ 8 & 7k_2-2 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{pmatrix}$ вычислить $A_{2,3}$; $A_{1,1}$; $M_{3,1}$; $M_{2,2}$

4) Решить уравнение $\begin{vmatrix} -1 & x \cdot k_1 & 2 \\ 2 & 8 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} + k_2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ x & -4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k_1 & x & 1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & k_2 \end{vmatrix}$

Вариант	k_1	k_2		*Вариант*	k_1	k_2
1	*3*	*-2*		*16*	*4*	*-1*
2	*4*	*1*		*17*	*5*	*1*
3	*3*	*-4*		*18*	*2*	*0*
4	*2*	*1*		*19*	*-2*	*1*
5	*3*	*-3*		*20*	*2*	*-2*
6	*1*	*5*		*21*	*0*	*7*
7	*-2*	*3*		*22*	*-1*	*4*
8	*6*	*-2*		*23*	*-3*	*3*
9	*-6*	*1*		*24*	*-4*	*1*
10	*-5*	*1*		*25*	*0*	*8*
11	*-2*	*4*		*26*	*4*	*-2*
12	*1*	*3*		*27*	*-1*	*3*
13	*-3*	*2*		*28*	*2*	*-3*
14	*-4*	*-1*		*29*	*-2*	*5*
15	*-1*	*5*		*30*	*-5*	*-1*

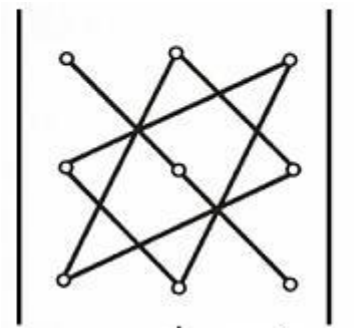
Эталоны ответов:

Определение.Определителем третьего порядка, составленным из чисел $a_1;b_1;c_1;a_2;b_2;c_2;a_3;b_3c_3$ называется число, определяемое равенством:

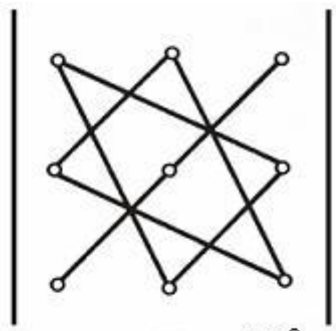
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

Чтобы вычислить определитель второго порядка, необходимо из произведения элементов главной диагонали вычесть произведение побочной диагонали.

Существуют ещё ряд правил для вычисления определителей третьего порядка, например вот это: каждый член определителя третьего порядка представляет собой произведение трёх его элементов, взятых по одному из каждой строки и каждого столбца. Эти произведения берутся с определёнными знаками: со знаком плюс – три члена, состоящие из элементов главной диагонали и из элементов, расположенных в вершинах равнобедренных треугольников с основаниями, параллельными главной диагонали (рис 1); со знаком минус – три члена, расположенные аналогичным образом относительно побочной диагонали (рис 2).



\+ рис. 1



– рис. 2

Пример: Вычислить определитель: $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & -5 & -8 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} -5 & -8 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & -8 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} =$

3(-5+16)- 2(1+32)+2(2+20)=33-66+44=11

<u>Практическая работа *№10*</u>

<u>«Обращение матриц» по теме 2.2 «Определители»</u>

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Задача. Найти матрицы, обратные данным:

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}$

Эталоны ответов:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Вычисляем определитель по известной формуле и получаем $|B| = -18$.

Матрица обратима, значит, можно найти обратную ей матрицу.

$$C^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Заменяем каждый элемент транспонированной матрицы его алгебраическим дополнением.

$$1 \longrightarrow (-1)^{1+1} \cdot \Delta_{1,1} = (-1)^2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1$$

$$4 \longrightarrow (-1)^{1+2} \cdot \Delta_{1,2} = (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -(9 - 4) = -5$$

$$1 \longrightarrow (-1)^{1+3} \cdot \Delta_{1,3} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1$$

$$3 \longrightarrow (-1)^{2+1} \cdot \Delta_{2,1} = (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -(12 - 1) = -11$$

$$1 \longrightarrow (-1)^{2+2} \cdot \Delta_{2,2} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1$$

$$2 \longrightarrow (-1)^{1+3} \cdot \Delta_{2,3} = (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(1 - 8) = 7$$

$$2 \longrightarrow (-1)^{3+1} \cdot \Delta_{3,1} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 1 = 7$$

$$1 \longrightarrow (-1)^{3+2} \cdot \Delta_{3,2} = (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -(2 - 3) = 1$$

$$3 \longrightarrow (-1)^{3+3} \cdot \Delta_{3,3} = (-1)^6 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 12 = -11$$

$$adj(A) = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ -11 & 1 & 7 \\ 7 & 1 & -11 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{18} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ -11 & 1 & 7 \\ 7 & 1 & -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{18} & \frac{5}{18} & -\frac{1}{18} \\ \frac{11}{18} & -\frac{1}{18} & -\frac{7}{18} \\ -\frac{7}{18} & -\frac{1}{18} & \frac{11}{18} \end{pmatrix}$$

Устный зачет по теме 2.2. «Определители».

Инструкция для обучающихся: Выполнение задания: Зачет проводится в рамках учебного занятия. Каждый студент отвечает на 1 вопрос по выбору преподавателя. С перечнем вопросов студенты ознакомлены заранее. Время ответа 3 минуты.

Вопросы для устного ответа:

1.Определитель матрицы;

2. Ранг матрицы;

3. Свойства определителя.

4. Обратная матрица.

5. Сложение матриц;

6. Умножение матрицы на число;

7. Свойство ассоциативности.

8. Свойства определителя.

9. Определители

10. Правило Саррюса.

11. Минор элемента матрицы..

12. Алгебраическое дополнение

Эталоны ответов: приведены в Учебном пособии по дисциплине «Элементы высшей математики»

Практическая работа *№ 11* «Решение систем методом Гаусса»

по теме 2.3. « Системы линейных уравнений».

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Задача. Решить системы методом Гаусса.

1) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 7 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + 2y + z = 6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 3 \\ x + y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ x + 2y + 4z = 6 \\ 5x + y + 2z = 3 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x - y + 3z = -4 \\ x + 3y - z = 11 \\ x - 2y + 2z = -7 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12 \\ 3x + 4y - 2z = 6 \\ 2x - y - z = -9 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 8x + 3 - 6z = -4 \\ x + y - z = 2 \\ 4x + y - 3z = -5 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 4x + y - 3z = 9 \\ x + y - z = -2 \\ 8x + 3y - 6z = 12 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 33 \\ 7x - 5y = 24 \\ 4x + 11z = 39 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 12 \\ 7x - 5y + z = -33 \\ 4x + z = -7 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x + 4y - z = 6 \\ 5y + 4z = -20 \\ 3x - 2y + 5z = -22 \end{cases}$

11) $\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 21 \\ 3x + 4y - 2z = 9 \\ 2x - y - z = 10 \end{cases}$

12) $\begin{cases} 3x - 2y - 5z = 5 \\ 2x + 3y - 4z = 12 \\ x - 2y + 3z = -1 \end{cases}$

13) $\begin{cases} 4x + y + 4z = 19 \\ 2x - 1y + 2z = 11 \\ x + y + 2z = 8 \end{cases}$

14) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 0 \\ 4x + y + 4z = 6 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$

15) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 8 \\ x + y + 2z = 11 \\ 4x + y + 4z = 22 \end{cases}$

16) $\begin{cases} 2x - y - 3z = -9 \\ x + 5y + z = 20 \\ 3x + 4y + 2z = 15 \end{cases}$

17) $\begin{cases} 2x - y - 3z = 0 \\ 3x + 4y + 2z = 1 \\ x + 5y + z = -3 \end{cases}$

18) $\begin{cases} -3x + 5y + 6z = -8 \\ 3x + y + z = -4 \\ x - 4y - 2z = -9 \end{cases}$

19) $\begin{cases} 3x + y + z = -4 \\ -3x + 5y + 6z = 36 \\ x - 4y - 2z = -19 \end{cases}$

20) $\begin{cases} 3x - y + z = -11 \\ 5x + y + 2z = 8 \\ x + 2y + 4z = 16 \end{cases}$

21) $\begin{cases} 3x - y + z = 9 \\ 5x + y + 2z = 11 \\ x + 2y + 4z = 19 \end{cases}$

22) $\begin{cases} 2x + 3y + 3z = 4 \\ 2x + y + 3z = 0 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases}$

Эталоны ответов:

1.Подвергаем преобразованиям расширенную матрицу системы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & -9 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & -6 & -1 & 25 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & -9 \\ 0 & -3 & -2 & 11 \\ 0 & -12 & -16 & 52 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & -9 \\ 0 & -3 & -2 & 11 \\ 0 & 0 & -8 & 2 \end{array}\right).$$

Таким образом, приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -9 \\ \quad -3x_2 - 2x_3 = 11 \\ \qquad -8x_3 = 8 \end{cases}$$

Эта система имеет единственное решение:

$$\left(x_1 = 2, \quad x_2 = -3, \quad x_3 = -1\right)$$

2.Составляем систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x \quad + y \quad + z = 150 \\ 0,6x - 0,3y - 0,1z = 28,4 \\ \qquad 0,3y - 0,1z = 6,2 \end{cases}$$

Умножаем второе и третье уравнения на 10, получаем эквивалентную систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x \quad + y \quad + z = 150 \\ 6x \;\; - 3y \;\; - z = 284 \\ \quad 3y \quad -z = 62 \end{cases}$$

Составляем расширенную матрицу системы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 150 \\ 6 & -3 & -1 & 284 \\ 0 & 3 & -1 & 62 \end{array}\right)$$

Внимание, прямой ход. Путём сложения (в нашем случае - вычитания) одной строки, умноженной на число (применяем два раза) с расширенной матрицей системы происходят следующие преобразования:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 150 \\ 6 & -3 & -1 & 284 \\ 0 & 3 & -1 & 62 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 150 \\ 0 & -9 & -7 & -616 \\ 0 & 3 & -1 & 62 \end{array}\right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 150 \\ 0 & 9 & 7 & 616 \\ 0 & 3 & -1 & 62 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 150 \\ 0 & 9 & 7 & 616 \\ 0 & & -10 & -430 \end{array}\right)$$

Прямой ход завершился. Получили расширенную матрицу трапециевидной формы. Применяем обратный ход. Находим решение с конца. Видим, что z = 43. Из второго уравнения находим y =35, x = 72.

Практическая работа №12 «Решение систем линейных уравнений методом Крамера» по теме 2.3. «Системы линейных уравнений».

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Задача: Решить системы методом Крамера.

$$1)\begin{cases} 3x+y+z=-4 \\ -3x+5y+6z=36 \\ x-4y-2z=-19 \end{cases}$$

$$2)\begin{cases} 3x-y+z=-11 \\ 5x+y+2z=8 \\ x+2y+4z=16 \end{cases}$$

$$3)\begin{cases} 3x-y+z=9 \\ 5x+y+2z=11 \\ x+2y+4z=19 \end{cases}$$

$$4)\begin{cases} 2x+3y+3z=4 \\ 2x+y+3z=0 \\ 3x+2y+z=1 \end{cases}$$

$$5)\begin{cases} 2x+3y+z=12 \\ 2x+y+3z=16 \\ 3x+2y+z=8 \end{cases}$$

$$6)\begin{cases} x-2y+3z=14 \\ 2x+3y-4z=-16 \\ 3x-2y-5z=-8 \end{cases}$$

$$7)\begin{cases} 3x-4y-2z=11 \\ 2x-y-z=4 \\ 3x-2y-4z=11 \end{cases}$$

$$8)\begin{cases} x+5y-6z=-15 \\ 3x+y+4z=13 \\ 2x-3y+z=9 \end{cases}$$

$$9)\begin{cases} 3x-y+z=-11 \\ 5x+y+2z=8 \\ x+2y+4z=16 \end{cases}$$

$$10)\begin{cases} 2x+3y+4z=12 \\ 7x-5y+z=-33 \\ 4x+z=-7 \end{cases}$$

$$11)\begin{cases} 3x-y+z=12 \\ x+2y+4z=6 \\ 5x+y+2z=3 \end{cases}$$

$$12)\begin{cases} 2x-y+3z=-4 \\ x+3y-z=11 \\ x-2y+2z=-7 \end{cases}$$

Эталоны ответов:

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$$

$$\Delta a=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \qquad \Delta x=\begin{vmatrix} d_1 & b & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}, \qquad \Delta z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} \qquad y = \frac{\Delta y}{\Delta} \qquad z = \frac{\Delta z}{\Delta}$$

$$\begin{cases} 7x - 3y + 5z = 32 \\ 5x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + 3z = 14 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 43, \qquad \Delta x = \begin{vmatrix} 32 & -3 & 5 \\ 11 & 2 & 1 \\ 14 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 32$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 7 & 32 & 5 \\ 5 & 11 & 1 \\ 2 & 14 & 3 \end{vmatrix} = -43, \qquad \Delta z = \begin{vmatrix} 7 & -3 & 32 \\ 5 & 2 & 11 \\ 2 & -1 & 14 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{86}{43} = 2 \qquad y = \frac{\Delta y}{\Delta} = -\frac{43}{43} - 1 \qquad z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{129}{43} = 3$$

Ответ: (2; -1; 3).

Практическая работа № 13 «Решение систем линейных уравнений в матричном виде» по теме 2.3. «Системы линейных уравнений».

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

Эталоны ответов:

Задача 1.

Представить систему в матричном виде и решить:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 4y - 5z = 1 \\ -3x + 4y - z = 0 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -5 \\ -3 & 4 & -1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A * X = B

$$X = A^{-1} * B$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -5 \\ -3 & 4 & -1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = -4 + 15 + 8 + 12 + 20 + 2 = 53$$

$$A_{11} = 16 \quad A_{12} = 17 \quad A_{13} = 20$$

$$A_{21} = 5 \quad A_{22} = 2 \quad A_{23} = -7$$

$$A_{31} = -9 \quad A_{32} = 7 \quad A_{33} = 2$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 16 & 5 & -9 \\ 17 & 2 & 7 \\ 20 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} * A = \frac{1}{53} * \begin{pmatrix} 16 & 5 & -9 \\ 17 & 2 & 7 \\ 20 & -7 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -5 \\ -3 & 4 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{53} * \begin{pmatrix} 53 & 0 & 0 \\ 0 & 53 & 0 \\ 0 & 0 & 53 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

$$A^{-1} * B = \frac{1}{53} * \begin{pmatrix} 16 & 5 & -9 \\ 17 & 2 & 7 \\ 20 & -7 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{53} * \begin{pmatrix} 53 \\ 53 \\ 53 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: (1;1;1)

Устный зачет по теме 2.3.
Системы линейных уравнений.

Инструкция для обучающихся:

Выполнение задания: Зачет проводится в рамках учебного занятия. Каждый студент отвечает на 1 вопрос по выбору преподавателя. С перечнем вопросов студенты ознакомлены заранее. Время ответа 6 минут.

1. Формулы Крамера;
2. Метод Гаусса.
3. Матричный способ решения систем линейных уравнений.

Эталоны ответов: приведены в Учебном пособии по дисциплине «Элементы высшей математики»

Практическая работа №14 «Выполнение операций над множествами» по теме 4.1 «Понятие функционального и степенного ряда».

Инструкция для обучающихся: Внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме.

№ п/п	Задание	**1 вариант**	**2 вариант**
1.	Выберите верное утверждение:	Что такое множество? а) достоверное знание, соответствие которого объективным явлениям и предметам окружающего мира подтверждено практикой; б) наука о законах и формах правильного мышления; в)объединение некоторых объектов или предметов в единую совокупность по каким-либо общим свойствам или законам.	При пересечении двух множеств получаем третье множество, которое … а)всегда состоит из одного элемента; б)может состоять из одного элемента; в)всегда не содержит элементов; г)иногда не содержит элементы.
1.	Выберите верное утверждение:	Если все элементы множества А входят в множество В, то можно сказать, что : а) А – образ множества В; б) А – подмножество В; в) В – прообраз множества А; г) В – подмножество А.	Множества бывают: а) бесконечные; б)конечные; в) пустое; г)единичное.
1.	Выберите верное утверждение:	Существует множество без элементов? а)да; б)нет; в)в любом множестве не менее 1 элемента; г) в любом множестве не	При обозначении множеств используют: а)только круглые скобки; б)только фигурные скобки; в)иногда круглые, иногда фигурные, но только один вид скобок; г)иногда круглые, иногда фигурные, иногда одновременно оба вида

		более 1 элемента.	скобок.
1.	Укажите равные множества:	а) {2;4;2;5},{2;4;5}, б) {10},{-10}, в) {10;35},{10;-35}, г) {60;80},{80;60}.	а) {50;9},{9;50}, б) {11},{-11}, в) {0;35},{0;-35}, г){8;4;8;5},{8;5;4}.
1.	Определить, какое из множеств является подмножеством множества А:	А={10;20;30;40;50;60} а) {10;20;30;40;50;60;70}, б) {10}, в) {10;35}, г) {60;80}.	А={5;15;25;35;45;55;65} а) {55}, б) {5;25;50}, в) {25;55;75}, г) {5;70}.
1.	Какое из множеств определяет $A \cup B$:	А={1;2;3;4;5} В={3;4;5;6;7} а) {3;4;5}, б) {1;2;3;4;5}, в) {1;2;3;4;5;6;7}, г) {1;7}.	А={2;4;6;8;10}В={8;10;12;14} а) {8;10;12;14}, б) {8;10}, в) {2;4;6;8}, г) {2;4;6;8;10;12;14}.
1.	Какое из множеств определяет $A \cap B$:	А={1; 3; 5;7;9} В={1;2;3;4} а) {1;3;5;7}, б) {1;2;3;4;5;7;9}, в) {1;3}, г) {1}.	А={2;4; 6;8;10} В={2;4;8;9} а) {2;4; 6;8;10}, б) {2;4;8;9}, в) {2;4;8}, г) {2}.
1.	О какой операции над множествами идёт речь в задаче: а) Объединение множеств б) Пересечение множеств	На тарелке лежало 13 персиков. Вова взял 7 персиков. Сколько персиков осталось на тарелке?	Дети первого класса «А» изготовили на праздник 15 фонариков, дети первого «Б» 20 фонариков. А ученики первого «В» изготовили столько фонариков, сколько ученики 1 «А» и 1»Б» вместе. Сколько фонариков изготовили ученики 1 «В» класса?

	в) Разность множеств г) Дополнение множества		
1.	Какое из множеств определяет A \ B	A={2;4; 6;8;10},B={2;4;8;9} а) {2;4; 6;8;10}, б) {2;4;8;9}, в) {2;4;8}, г) {6;10}.	A={1; 3; 5;7;9}, B={1;2;3;4} а) {1;3;5;7}, б) {1;2;3;4;5;7;9}, в) {5;7;9}, г) {1;3}.
1.	Укажите пустые множества среди следующих:	а) множество целых корней уравнения x^2 - 9=0; б) множество целых корней уравнения x^2 + 9=0 ; в) множество натуральных чисел ,меньших 1; г) множество действительных корней уравнения $\frac{1}{x}$ = 0	а) множество целых корней уравнения x^2 + 16=0; б) множество целых корней уравнения x^2 -16=0 ; в) множество действительных корней уравнения $\frac{8}{x}$ = 0 г)множество натуральных чисел ,меньших 2;
1.	Укажите все элементы множества:	{ x $\in$ R ; x^2 + 3x=0}	{ x $\in$ R ; x^2 + 5x=0}
1.	Задайте множество в виде некоторого интервала числовой прямой:	{ x $\in$ R ; 9x $+8 \geq$ 0}	{ x $\in$ R ; 4x $-7 \geq$ 0}

Эталоны ответов:

Пусть даны два множества A и B. **Пересечением** (произведением) множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих одновременно и множеству A, и множеству B. Обозначают пересечение множеств A ∩ B. A ∩ B = {x | x ∈ A и x ∈ B}. Аналогично определяется пересечение любого числа множеств.

Примеры

1 A = {2n | n ∈ N} — множество чисел, делящихся на 2, B = {3n | n ∈ N} — множество чисел, делящихся на 3, тогда A ∩ B = {6n | n ∈ N} — множество чисел, делящихся на 6 2 A — отрезок [0; 5], B — отрезок [2; 7], тогда A ∩ B — отрезок [2; 5].

Объединением двух множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств A или B. Обозначают объединение множеств $A \cup B$.

Примеры

1. $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$, $B = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$, тогда $A \cup B = \{1; 2;3; 4; 6; 9; 12; 18\}$.
2. $A = [0; 7]$, $B = [3; 10]$, тогда $A \cup B = [0; 10]$.
3. $A = \{6k \mid k \in Z\}$ — числа, кратные 6, $B = \{6k + 2 \mid k \in Z\}$ —

числа, дающие при делении на 6 остаток 2, $C = \{6k + 4 \mid k \in Z\}$ —

числа, дающие при делении на 6 остаток 4.

Перечислим некоторые элементы этих множеств:

$A = \{\dots, -6; 0; 6; 12; \dots\}$, $B = \{\dots, -4; 2; 8; 14; \dots\}$,

$C = \{\dots, -2; 4; 10; 16; \dots\}$.

Очевидно, что $A \cup B \cup C = \{2k \mid k \in Z\}$ — множество четных чисел.

Разностью множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, множества A, не принадлежащих множеству B.

Обозначают разность множеств $A \setminus B$. $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$.

1 $A = [-2; 0)$, $B = [-1; 3)$. Тогда $A \setminus B = [-2; -1)$, а $B \setminus A = [0; 3)$.

2 $A = \{2m - 1 \mid m \in Z\}$, $B = \{4n + 1 \mid n \in Z\}$.

$A = \{\dots; -3; -1; 1; 3; \dots\}$, $B = \{\dots; -3; 1; 5; 9; \dots\}$,

$A \setminus B = \{\dots; -1; 3; 7; \dots\}$,

$A \setminus B = \{4k - 1 \mid k \in Z\}$.

3.2. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины в процессе промежуточной аттестации:

№ п/п	Проверяемые результаты	Номера тестовых вопросов
1	У 1- У 7 З 1 - З 6 ОК 1- ОК 5, ОК 9, ОК 9	1-110

<u>Тестовые Задания к дифференцированному зачёту:</u>

Тема 1.1. Основы дифференциального исчисления

1.Предел отношения приращения функции в точке x к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю называется…

а) производной функции

б) неопределенным интегралом

в) пределом функции

г) первообразной

2.Если материальная точка движется по закону S(t), то первая производная от пути по времени есть…

а) угловой коэффициент

б) ускорение движения

в) скорость в данный момент времени

г) нет верного ответа

3.Геометрический смысл производной состоит в том, что …

а) она равна пределу функции

б) она равна всегда нулю

в) она равна угловому коэффициенту касательной

г) она равна максимальному значению функции

4.Дифференцирование – это…

а) вычисление предела

б) вычисление приращения функции

в) нахождение производной от данной функции

г) составление уравнения нормали

5.Эта формула выражает $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

а) первый замечательный предел;

б) первообразную

в) угловой коэффициент касательной

г) максимальному значению функции

6.Уравнение касательной к данной линии в точке М имеет вид…

а) $y-y_0=y'(x)(x-x_0)$

б) $y= y'(x)(x-x_0)$

в) $y-y_0=x-x_0$

г) $y=y*x$

7.Производная постоянной величины равна…

а) единице

б) самой постоянной

в) не существует

г) нулю

8.При вычислении производной постоянный множитель можно…

а) возводить в квадрат

б) выносить за знак производной

в) не принимать во внимание

г) принять за нуль

9.Ускорение прямолинейного движения равно…

а) скорости от пути по времени

б) первой производной от пути по времени

в) второй производной от пути по времени

г) нулю

10.Функция возрастает на заданном промежутке, если…

а) первая производная положительна

б) вторая производная положительна

в) первая производная отрицательна

г) первая производная равна нулю

15. Найдите производную функции $y=x^3+\cos x$.

а) $y'=3x^2 - \sin x$ б) $y'=x^3 - \sin x$ в) $y'=3x^2 + \sin x$ г) $y'=x^3\ln 3 + \sin x$

16. Найдите производную функции $y=2x - \sin x$.

а) $y'= x^2 - \cos x$ б) $y'=x^2 - \sin x$ в) $y'=2 - \cos x$ г) $y'= 1 + \cos x$

17. Найдите производную функции $y=2^x + 1$.

а) $y'= 2^x \cdot \ln 2$ б) $y'= x \cdot 2^{x-1}$ в) $y'= \dfrac{2^x}{\ln 2}$ г) $y'= x \cdot 2^{x-1} + 1$

18. Найдите производную функции $y= -e^x + 3x^3$.

а) $y'=e^x + 3x$ б) $y'=-xe^x + 9x^2$ в) $y'=-e^x +9x^2$ г) $y'=-e^{x-1} +9x^3$.

19. Найдите производную функции $y=e^{2x} - \ln(3x - 5)$

а) $y'=2e^{2x} - \dfrac{3}{3x-5}$ б) $y'=2e^{2x} - \dfrac{1}{3(3x-5)}$ в) $y'=e^{2x} - \dfrac{3}{3x-5}$

г) $y'=e^{2x} - \dfrac{1}{3(3x-5)}$

20. Вторая производная y''(x) функции $y(x)=4x^2-2x$ имеет вид

а	б	в	г
4	8	6	7

21. Скорость тела определяется по формуле $V(t) = 5t^3 + t^2$. Чему равно ускорение тела в момент времени t_0=1с?

а	б	в	г
16	6	17	34

22. Точка движется по закону $S(t) = 2t^3 - 3t$. Чему равно ускорение в момент t_0=1с?

а	б	в	г
15	12	9	3

23. Найти промежутки возрастания функции: $y = - x^3 + 3x$.

а) $(-\infty;-1]$, $[1;\infty)$ б) возрастает на D(y) в) (-1;1) г) [-1;1]

24. Найти экстремумы функции: $y = x^2 + 9$.

25.Найти наибольшее и наименьшее значения: $y = x^2 - 1$ на отрезке [-2;1].

26. Найти промежутки выпуклости вниз: $y = - x^3 + 3x$.

27. Материальная точка движется по закону: S = sinx (м). Найти ускорение движения точки через $\frac{\pi}{2}$ секунды от начала движения.

Эталоны ответов:

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
а	**в**	**в**	**в**	**а**	**а**	**г**	**б**	**в**	**а**	**в**	**г**	**г**

14	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**
а	**а**	**в**	**а**	**в**	**а**	**б**	**в**	**б**	**г**

24. (0;9) **25.** $y_{наим}(0) = -1$; $У_{наиб}(-2) = 3$

26. выпукла вниз при x< 0**, выпукла вверх при x**> 0.

27.-1

Тема 1.2. Основы интегрального исчисления

28.Функция F называется первообразной для функции f на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка существует производная

$F^{/}(x)$, равная $f(x)$, т.е. $F^{/}(x)=f(x)$ это…

а) формула Ньютона-Лейбница

б) дифференциал функции

в) первообразная для функции f

г) производная в точке

29. Множество первообразных для данной функции f(x) называется…

а) функцией

б) неопределенным интегралом

в) постоянным множителем

г) частной производной

30. Операция нахождения неопределенного интеграла называется…

а) дифференцированием функции

б) преобразованием функции

в) интегрированием функции

г) нет верного ответа

31. Непосредственное интегрирование, метод подстановки, интегрирование по частям это…

а) методы нахождения производной

б) методы интегрирования

в) методы решения задачи Коши

г) все ответы верны

32. Производная от неопределенного интеграла равна…

а) подынтегральной функции

б) постоянной интегрирования

в) переменной интегрирования

г) любой функции

33. Неопределенный интеграл от алгебраической суммы двух или нескольких функций равен…

а) произведению интегралов этих функций

б) разности этих функций

в) алгебраической сумме их интегралов

г) интегралу частного этих функций

34. Определенный интеграл вычисляют по формуле…

а) $\int_{A}^{B} f(x)dx=F(a)-F(b)$

б) $\int_{A}^{B} f(x)dx=F(b)-F(a)$

в) $\int\limits_{A}^{B}$ f(x)dx=F(a)+F(b)

г) $\int\limits_{A}^{B}$ f(x)dx=F(a)

35. Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен…

а) единице

б) бесконечности

в) нулю

г) указанному пределу

36. При перемене местами верхнего и нижнего пределов интегрирования определенный интеграл…

а) остается прежним

б) меняет знак

в) увеличивается в два раза

г) равен нулю

37. Определенный интеграл используется при вычислении…

а) площадей плоских фигур

б) объемов тел вращения

в) пройденного пути

г) всех перечисленных элементов

38. Формула Ньютона-Лейбница

1. $\int\limits_{a}^{b} f(t)dt = F(b) - F(a)$

2. $\int\limits_{a}^{b} f(t)dt = F(a) - F(b)$

3. $\int\limits_{a}^{b} f(t)dt = F(a) - F(b) + \tilde{n}$

4. $\int\limits_{a}^{b} f(t)dt = F(b) - F(a) + \tilde{n}$

42.Определенный интеграл $\int\limits_{1}^{2} 4x^3 dx$ равен

а	б	в	г
36	17	16	15

43.Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями y = 4 – x^2, y=0 определяется интегралом:

а	б	в	г
$\int_{-2}^{0}(4-x^2)dx$	$\int_{-2}^{2}(4-x^2)dx$	$\int_{0}^{4}(4-x^2)dx$	$\int_{0}^{2}(4-x^2)dx$

44. В результате подстановки t = 3x + 2 интеграл $\int\frac{dx}{\sqrt{3x+2}}$ приводится к виду

а	б	в	г
$\int\frac{dx}{\sqrt{t}}$	$\frac{1}{3}\int\frac{dt}{\sqrt{t}}$;	$3\int\frac{dt}{\sqrt{t}}$	$\int\frac{dt}{\sqrt{t}}$

45.Определенный интеграл $\int_{2}^{3}3x^2dx$ равен:

а	б	в	г
19	18	35	27

46. Множество всех первообразных функции y=5 x^4 имеет вид:

а	б	в	г
x^5	$5x^5 + C$	$x^5 + C$	$5x^3 + C$

47. Тело движется прямолинейно со скоростью V (t) = ($3t^2$ + 4t + 1) м/с. Вычислить путь, пройденный телом за первые 3 секунды.

48.Тело движется прямолинейно со скоростью V(t) = (t + $6t^2$) м/с.

Найти путь, пройденный телом за третью секунду.

49. Найти площадь фигур, ограниченных следующими функциями:

y = sinx, y = 0, x = 0, x = 2π.

50. Определить максимальную высоту подъема камня, брошенного вертикально вверх со скоростью (18t - $3t^2$) м/с.

51. $\int e^{x^2+5x+1}(2x+5)dx$

52. $\int x\sqrt[3]{5x^2+1}\,dx$

53. $\int \frac{\sqrt{x^3}+8}{\sqrt{x}+2}dx$

Эталоны ответов:

28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
в	б	в	б	а	в	б	в	б	г	а	а	а	а	г

43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
б	б	а	б	48	40,5	4	108	$e^{x^2+5x+1}+C$	$\frac{3\sqrt[3]{x^4}}{40}+C$	x^3-x^2+2x+C

Тема 2.1. «Матрицы»

1)Найти обратную матрицу B = $\begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

2) Найти матрицу C=A+2B, если $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

3) Найти минор M_{32} элемента матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

4) Выполнить действия над матрицами

$$5\begin{pmatrix}3 & -1 & 0\\ 2 & 4 & -3\end{pmatrix}^{\mathrm{T}} - 3\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & -3\\ 10 & 7\end{pmatrix}$$

5) Найти матрицу C=3A+B, если $A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 0\\ -2 & 1 & 8\\ 2 & 4 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 3\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & 3 & 0\end{pmatrix}$.

6) Найти сумму матриц $A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$

7) Найти произведение матриц AB, где $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 1\\ 2 & 0 & 4\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 2\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix}$

8) Найти сумму матриц $A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$

9) Найти произведение матриц AB, где $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 1\\ 2 & 0 & 4\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 2\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix}$

Тема 2.2. Определители

1)Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}-1 & i\\ i & -1\end{vmatrix}$

2)Вычислитьопределитель: $\begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}$

3)Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}5 & 3 & 1\\ -2 & 0 & 4\\ 3 & 2 & -1\end{vmatrix}$

Тема 2.3. Системы линейных уравнений

Решить систему методом Крамера:

1. $\begin{cases}x-2y+3z=6\\ 2x+3y-4z=20\\ 3x-2y-5z=6\end{cases}$

2. $\begin{cases}5x+y-3z=-2\\ 4x+3y+2z=16\\ 2x-3y+z=17\end{cases}$

3. $\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 11 \\ 2x - y - 2z = -6 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 5x + 8y - z = -7 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \end{cases}$

Решить систему методом Гаусса:

1. $\begin{cases} x + y - z = -9 \\ -x + y + 3z = 17 \\ 2x - 2y + 3z = 32 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x - 2y + 2z = 13 \\ 3x + 2y - 10z = -33 \\ 2x + y + 5z = 3 \end{cases}$

3. $\begin{cases} -x + 2y + z = -4 \\ -3x - 2y - 5z = 5 \\ 4x - 2y + 2z = 17 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} -x + 3y + 2z = 3 \\ 2x - 5y + 4z = 3 \\ 3x - 10y - 14z = -18 \end{cases}$

Решить систему матричным методом:

1. $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 3x + 2y + Z = 5 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 3x - y + z = 4 \\ 2x - 5y - 3z = -17 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$

Тема 3.1. «Теория комплексных чисел»

Решить уравнение:

1. $(1-z)(1+2i)+(1-iz)(3-4i)=1+7i$

2. $z^2 - z = 0$

Найти действительные числа *x* и *y* из уравнений:

3. $(1-i)x+(2+i)y = 4+2i$

4. $\dfrac{8i}{x} + iy - 2 = 2i\dfrac{10}{x} + y$

5. При каких действительных *x* и *y* комплексные числа $z_1 = x^2 - 7x + 9yi$ и $z_2 = y^2 i + 20i - 12$ равны?

6. При каких действительных *x* и *y* комплексные числа $z_1 = 9y^2 - 4 - 10xi$ и $z_2 = 8y^2 - 20i$ являются сопряжёнными?

Тема 3.2. «Элементы дискретной математики»

Тема 3.3. «Значение математики в профессиональной деятельности. Применение элементов теории вероятности и математической статистики в профессиональной деятельности»

54. Упорядоченное множество, отличающееся только порядком элементов, называется

а) перестановкой

б) размещением

в) сочетанием

г) разностью

55.Упорядоченное подмножество из n элементов по m элементов, отличающиеся друг от друга либо самими элементами либо порядком их расположения, называется …

а) сочетанием

б) размещением

в) перестановкой

г) разностью

56. … из n элементов по m называется любое подмножество из m элементов, которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.

а) перестановкой

б) размещением

в) сочетанием

г) разностью

57.Событие, которое обязательно произойдет, называется …

а) невозможным

б) достоверным

в) случайным

г) достоверным и случайным

58.Событие называется …, если оно не может произойти в результате данного испытания.

а) случайным

б) невозможным

в) достоверным

г) достоверным и случайным

59.Событие А и $\overline{A}$ называется …, если непоявление одного из них в результате данного испытания влечет появление другого.

а) совместимым

б) несовместимым

в) противоположным

г) несовместным и противоположным

60.Число перестановок определяется формулой

а) $P_n=n!$

б) $C_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!m!}$

в) $C_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!m!}$

г) $A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$

61.Число сочетаний определяется формулой

а) $C_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$

б) $C_m^n = \dfrac{n!}{(n-m)!}$

в) $C_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!m!}$

г) $C_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!+n!}$

62.Вероятность достоверного события

а) больше 1
б) равна 1
в) равна 0
г) меньше 1

63.Вероятность невозможного события равна

а) больше 1
б) равна 1
в) равна 0
г) меньше 1

64.Отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу фактически произведенных испытаний называется

а) классической вероятностью
б) относительной частотой
в) физической частотой
г) геометрической вероятностью

65.Вероятность появления события А определяется неравенством

а) $0<P(A)<1$
б) $0\leq P(A)\leq 1$

в) $0<P(A) \leq 1$

г) нет верного ответа

66.Сумма вероятностей противоположных событий равна

а) 1

б) 0

в) -1

г) 2

67.Вычислить P_4

а) 4

б) 16

в) 24

г) 32

68.Вычислить A_6^4

а) 8

б) 120

в) 360

г) 16

69. Случайная величина, принимающая различные значения, которые можно записать в виде конечной или бесконечной последовательности, называется:

а) Случайной величиной

б) Дискретной случайной величиной

в) Постоянной величиной

г) Переменной величиной

70. Из урны, в которой находятся 5 белых и 4 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар черный. Ответ округлите до сотых.

а	б	в	г
0,44	0,8	1,25	0,43

71. Пусть имеется 80 деталей, среди которых 60 исправленных, а 20 бракованных. Найти вероятность того, что взята наугад деталь окажется исправной.

а	б	в	г
0,75	0,8	1,25	0,25

72. Среди 180 деталей, изготовленных на станке, оказалось 10 деталей, не отвечающих стандарту. Найти вероятность выбора деталей, отвечающих стандарту. Результат округлить до сотых.

а	б	в	г
0,94	0,8	1,05	0,25

73. Определить вероятность появления «герба» при бросании монеты.

а	б	в	г
2	0,5	1,05	0,25

74. Вероятность попадания в цель при одном выстреле первым орудием равна 0,8, а вторым орудием – 0,7. Найти вероятность попадания в цель хотя бы одним орудием, после того как они оба, стреляя по цели, сделали по одному выстрелу.

75 Бросают две игральных кости. а) А – на первой кости выпало 6, В – на второй кости выпало чётное число; б) А – на первой кости выпало р- нечётное число р, В – на второй кости выпало число, кратное 3. Проверить, являются ли А и В независимыми событиями.

76. Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало не менее 4 очков?

77. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.

78. Аня дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что при первом броске выпало 1 очко.

79. Катя и Ира играют в кости. Они бросают игральную кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. В сумме выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что Ира проиграла.

80.В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 15 очков. Результат округлите до сотых.

Эталоны ответов:

54	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**	**61**	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**
а	**б**	**в**	**б**	**б**	**в**	**а**	**в**	**б**	**в**	**а**	**б**	**а**	**в**

Условия выполнения

1. Количество билетов для экзаменующегося: 30
2. Время подготовки к ответу: 20 минут
3. Требования к выполнению практических заданий:

   Задания должны быть полностью выполнены и содержать ответ.
4. Требования к устным ответам:

   Полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся легко ориентируется, владение понятийным аппаратом.
5. Оборудование: учебная аудитория.
6. Литература для обучающегося:

4. ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Основная литература

1. Шипачев, В. С. Математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 447 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-13405-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/511549 (дата обращения: 29.08.2023)

2. Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 377 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-16299-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/530766 (дата обращения: 29.08.2023).

3. Математика : учебник для среднего профессионального образования / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 450 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-6372-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/512206 (дата обращения: 29.08.2023).